B - Bâtiments-tours

www.bouquin.tk

B.1 - Considérations générales [1]

L'essor des bâtiments-tours en béton armé, en France et à l'étranger, est étroitement lié au développement des connaissances théoriques de l'ingénieur, provoqué en grande partie par la pression constante des architectes en quête de formes inédites.

L'évolution dans la conception des bâtiments-tours a été accompagnée de l'évolution générale de la technique de calcul, marquée d'une manière spectaculaire par l'apparition de l'ordinateur. Dans les pages suivantes nous ferons le point de la situation concernant la structure de résistance des bâtiments-tours, et nous présenterons, sous forme de fiches, plusieurs immeubles parmi les plus caractéristiques, exécutés en France et à l'étranger.

a) Portiques

Les portiques en béton armé, utilisés fréquemment entre les deux guerres mondiales, ont connu un essor remarquable après la découverte de méthodes de calcul simplifiées (par exemple, la méthode de Cross). Cette structure continue d'être utilisée pour des immeubles de faible et moyenne hauteur; cependant elle devient onéreuse et de conception lourde pour des bâtiments de plus de 10 à 15 niveaux.

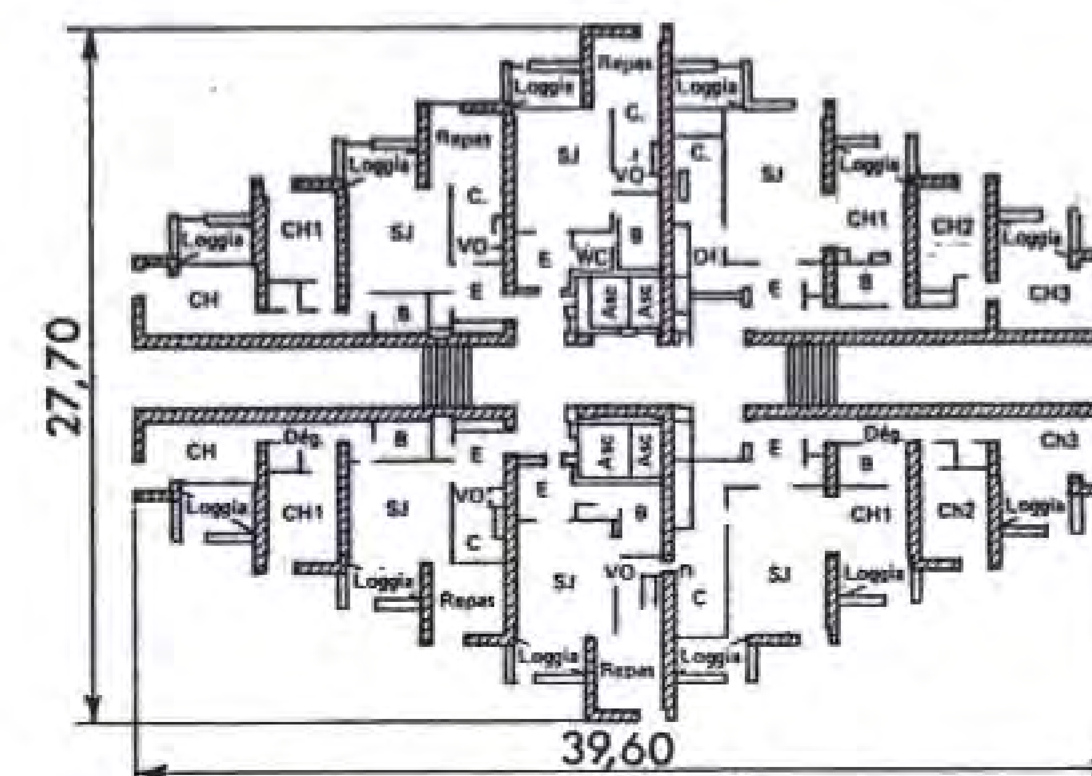
b) Refends linéaires

Au fur et à mesure que la nécessité de construire des immeubles de plus en plus hauts se faisait sentir, les portiques ont commencé à être remplacés par des refends disposés au droit des cages d'escalier et des ascenseurs. Les refends linéaires se sont avérés satisfaisants du point de vue économique pour des immeubles ne dépassant pas 20 à 25 niveaux. Une des premières méthodes de calcul des refends appliquée sur grande échelle a été la méthode de MM. Albiges et Goulet, publiée en France en 1960 [12]. Dernièrement, M. Despeyroux a élaboré une méthode générale de calcul des refends linéaires [13].

---

(1) L'auteur désire rendre hommage à M. Goulet, Ingénieur en chef à la SOCOTEC, qui a su transmettre à de nombreux ingénieurs son approche saine et concrète des problèmes liés au calcul des bâtiments-tours.

www.bouquin.tk



IMMEUBLE DE 30 ETAGES A USAGE D'HABITATION

Hauteur	: 100 m au-dessus du sol.
Fondations	: Radier et sous-sols en béton precontraint
Ossature	: Voiles en béton armé. Epaisseur variant de 40 cm à 16 cm. Ferraillage traditionnel et treillis soudés. L'ossature a fait l'objet d'un calcul parasismique.
Planchers	: Béton armé. Epaisseur 16 cm. Ferraillage en treillis soudés.
Façades	: Parpaings.
Exécution	: Coffrage traditionnel.

FIG. B.1 — *Suite.*

Un exemple typique de bâtiment-tour à refends linéaires est indiqué sur la figure B.1 ; il s'agit de l'un des premiers bâtiments-tours à usage d'habitation construits en France, la tour de l'Ile Verte à Grenoble (1964).

c) Structure mixte refends-portiques

Dans certains cas où les refends ne suffisent plus à assurer le contreventement, une liaison avec des portiques permet d'augmenter leur capacité de résistance. Le calcul manuel est laborieux. Dans le § B.8, on indique une méthode de calcul approché fournissant les bases d'une étude d'avant-projet. Pour une étude d'exécution on peut utiliser des programmes de calcul électronique. Les difficultés d'exécution dues à la complexité de la structure de résistance confèrent à ce type de construction un caractère assez limité.

d) Noyau central

Les limites des structures comprenant des refends se sont fait sentir dès que les bâtiments-tours ont été conçus pour l'usage des bureaux. Les premiers à chercher de nouvelles structures ont été les ingénieurs américains, obligés

www.bouquin.tk

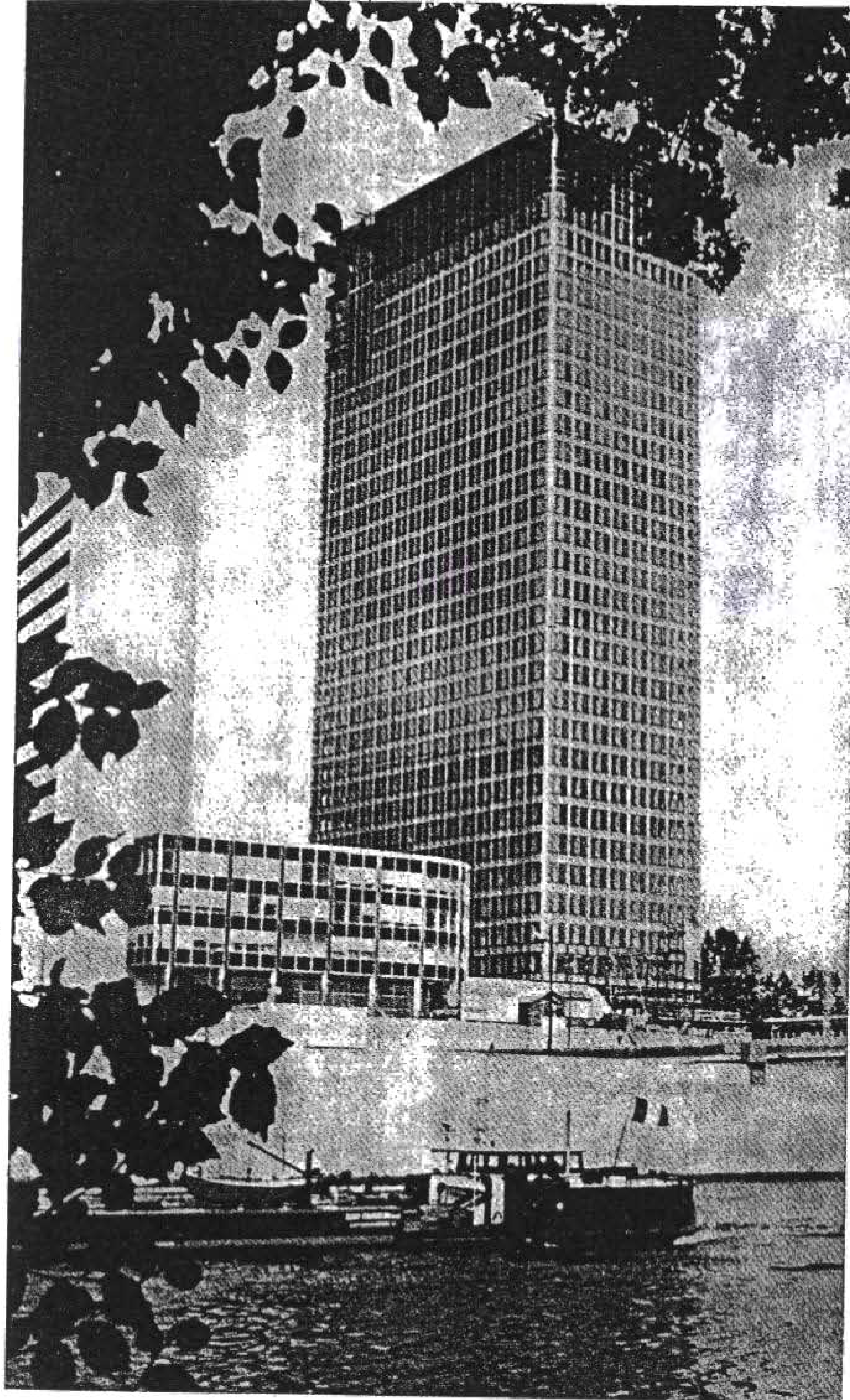
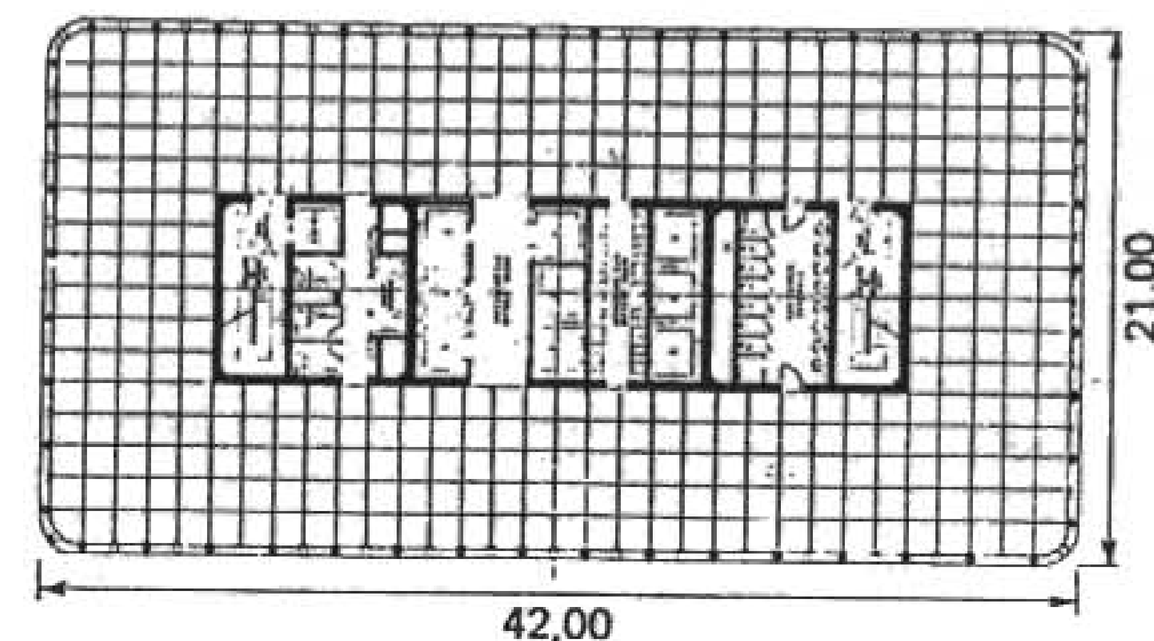


FIG. B.2 — *La Tour Nobel à Puteaux.*

www.bouquin.tk



IMMEUBLE DE 32 ETAGES A USAGE ADMINISTRATIF (BUREAUX)

Hauteur : 105 m au-dessus du sol.

Fondations : Radier général en béton armé

Ossature : A) Noyau en béton armé exécuté en coffrage glissant, destiné à assurer le contreventement.
Epaisseur : sur les premiers 9 m, e = 50 cm ;
ensuite e = 40 cm.

B) Poteaux métalliques en façade calculés pour équilibrer uniquement les charges verticales

Planchers : A l'intérieur du noyau, planchers en béton armé. A l'extérieur du noyau, planchers Aciéroïd recouverts d'une chappe de béton armé. Ferraillage traditionnel.

Façades : Murs-rideaux.

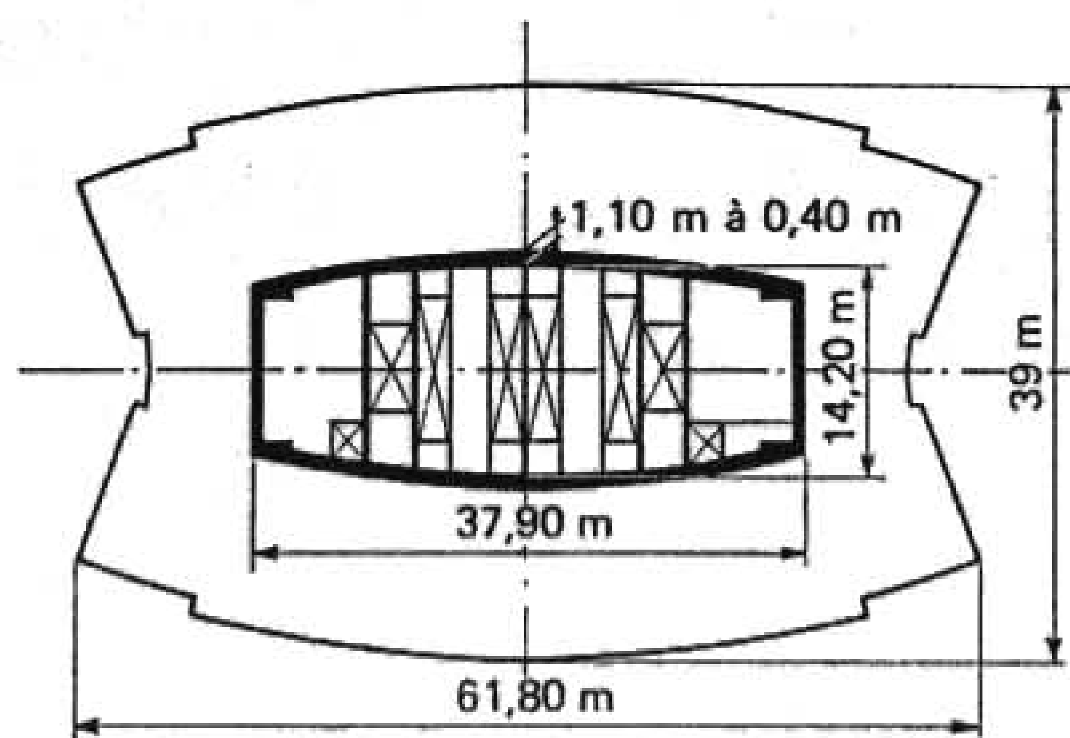
Exécution : Noyau exécuté en coffrage glissant progressant de 2,60 m par 24 heures.

FIG. B.2 — *Suite.*

par les architectes à dégager l'espace utile des immeubles. A cet égard, il faut noter une différence d'optique entre les européens et les américains ayant des effets importants sur le plan de la conception de la structure [14]. En Europe, on préfère travailler dans un bureau ayant directement accès aux fenêtres; en conséquence, l'augmentation de l'espace utile ne peut se faire qu'en allongeant le périmètre de l'immeuble. On aboutit souvent à la solution « en étoile » adoptée pour l'U.N.E.S.C.O. à Paris ou l'immeuble I.B.M.-Nice. En Amérique, on préfère concentrer les services (ascenseurs, escaliers, toilettes) dans un noyau central, laissant un grand espace libre sans cloisons, et muni d'une installation d'air conditionné. On obtient la structure type « noyau central », celui-ci assurant le contreventement du bâtiment, tandis que les poteaux, sur la périphérie, ne sont destinés à transmettre aux fondations que des charges verticales. Cette structure est adoptée en Europe depuis quelques années (voir par exemple la Tour Nobel à Puteaux (fig. B.2). Toutefois, elle continue d'avoir un emploi limité à cause de l'appréhension qu'ont les archi-

tectes européens à augmenter les dimensions en plan, la limite de hauteur étant parfois imposée par la déformation du sommet.

A présent, la différence d'optique entre l'Europe et les Etats-Unis s'accentue. Les tours européennes deviennent plus élancées et plus souples par l'accroissement de leur hauteur, tandis que les gratte-ciel américains conservent leur allure massive. Cette tendance présente évidemment des exceptions. La tour Maine-Montparnasse (fig. B.3) est peut-être l'exception la plus significative, ses dimensions en plan étant voisines de celles présentées par les bâtiments américains de même hauteur.



IMMEUBLE DE 60 ETAGES A USAGE ADMINISTRATIF (BUREAUX)

Hauteur : 200 m au dessus du sol

Fondations : Barettes en béton moulées dans le sol sur 50 m de profondeur

Ossature : A) Noyau en béton armé exécuté en coffrage glissant, destiné à assurer le contreventement
Voiles d'épaisseur variable : 110 cm à la base, 25 cm au sommet. Entre les barettes, les voiles sont étudiées en poutres-parois.

B) Poteaux métalliques en façade calculés pour équilibrer uniquement les charges verticales

Planchers : Bacs Robertson recouverts d'une dalle de 7 cm de béton armé, posés sur une poutraison métallique.

Façades : Murs-rideaux

FIG. B.3 — *La Tour Maine-Montparnasse à Paris.*

En tout état de cause, le noyau central reste économique jusqu'à 50-60 niveaux; son exécution est aisée grâce au coffrage glissant.

e) Structure mixte noyau central-façade

Une augmentation très importante de la capacité de résistance des bâtiments-tours est obtenue en faisant participer la façade au contreventement

(fig. B.4). La façade devient un élément structural, généralement composé de pièces préfabriquées en béton armé ou en acier (fig. B.5) [15]. Dans certains cas, une façade structurale permet, grâce à sa rigidité importante, d'équilibrer plus de la moitié des efforts produits par le vent (ou le séisme).

Aux Etats-Unis, le plus haut immeuble du monde, récemment terminé (World Trade Center à New York, figure B.6) [16] est conçu suivant ce principe. Le calcul précis de ce type de structure n'est possible que grâce aux ordinateurs, mais il existe aussi

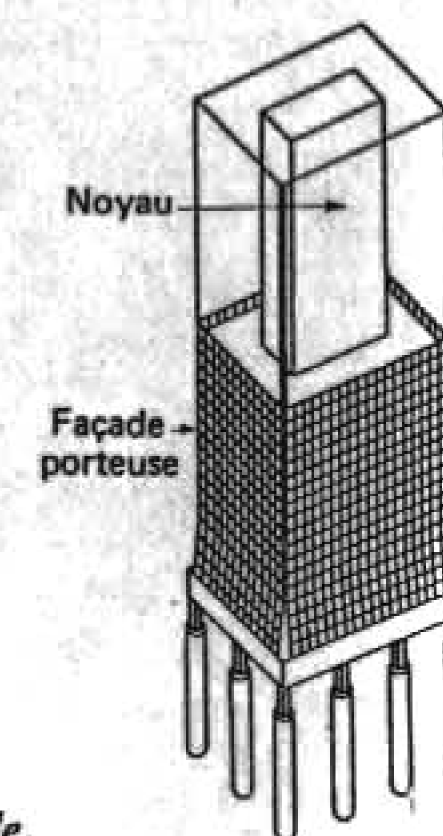


FIG. B.4 — *Noyau central + façade.*

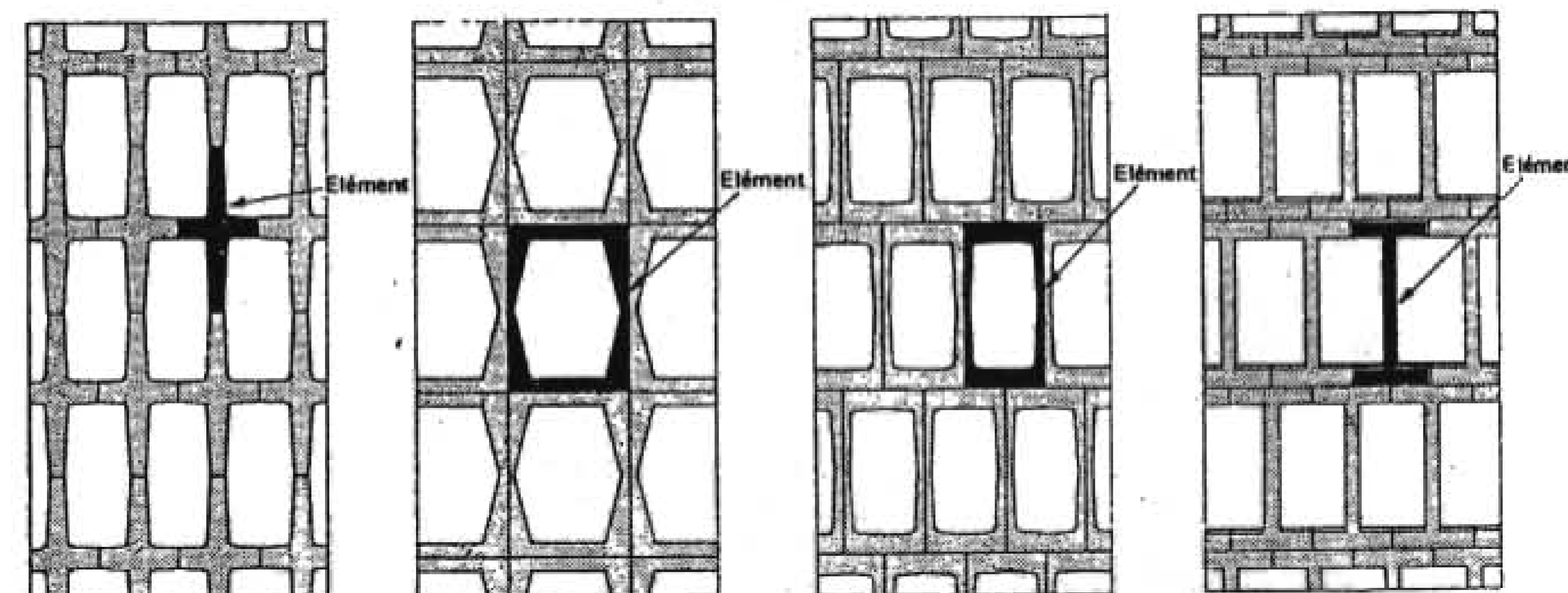
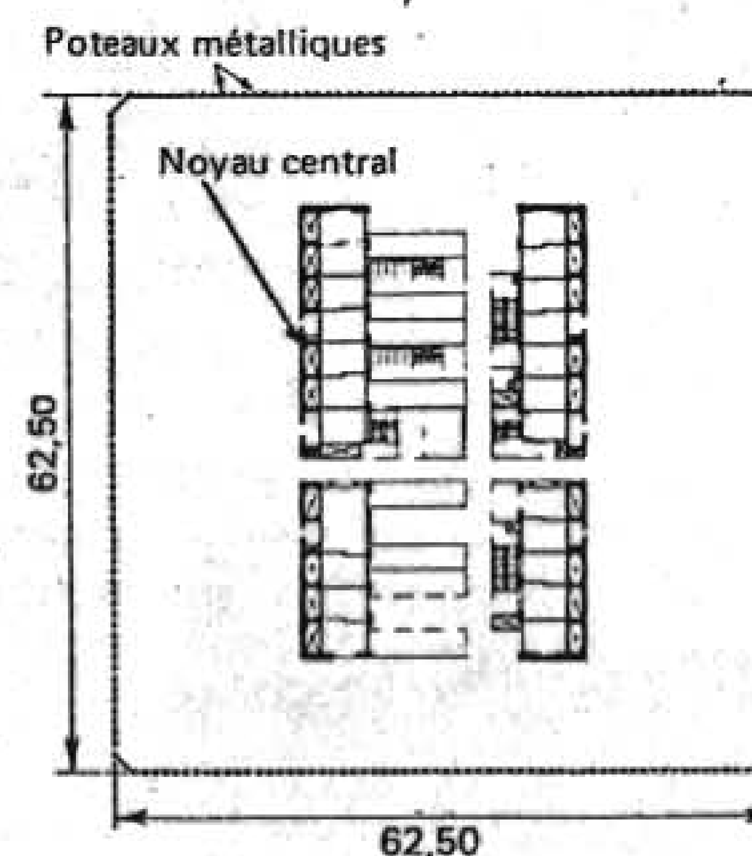


FIG. B.5 — *Façade structurale composée d'éléments préfabriqués.*



IMMEUBLE DE 110 ETAGES
A USAGE ADMINISTRATIF

Hauteur : 405 m au dessus du sol.

Fondations : Radier général en béton armé

Ossature : A) Noyau central en béton armé.

B) Portiques métalliques sur le pourtour du bâtiment, (poutres + poteaux) capables d'équilibrer, avec le noyau central, la pression du vent.

Planchers : Eléments préfabriqués métalliques

Façades : Eléments préfabriqués légers encastrés entre les poteaux métalliques

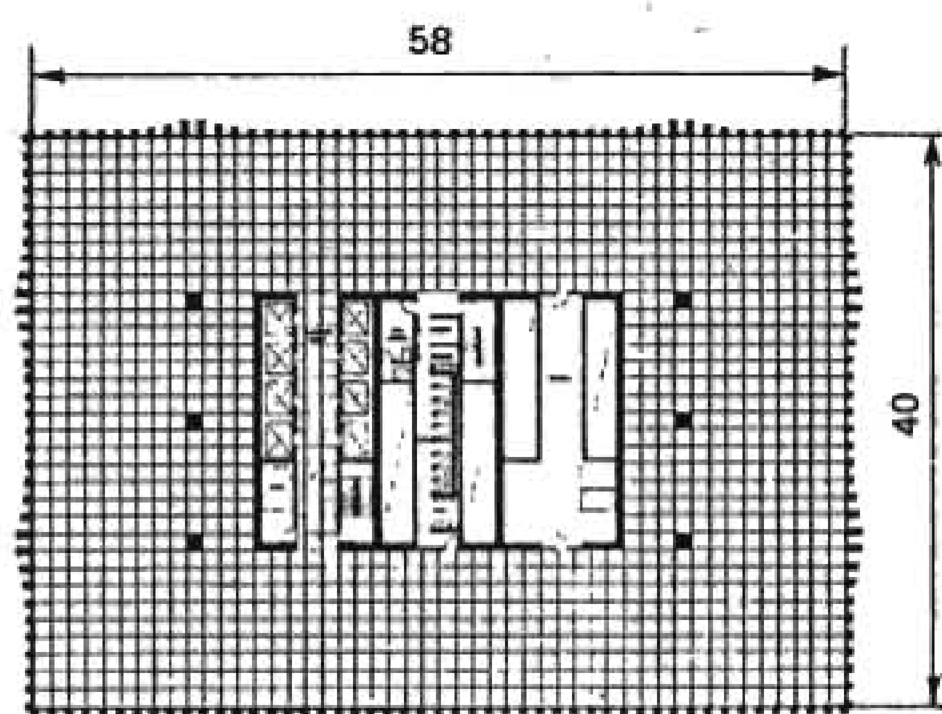
Nota : Le "World Trade Center", composé de 2 tours identiques est, en 1972, le plus grand bâtiment-tour du monde

FIG. B.6 — *World Trade Center, New York, Etats-Unis.*

des méthodes approchées satisfaisantes. Il semble que, du point de vue économique, les limites de ce type de structure soient atteintes vers 100-120 étages.

f) L'avenir des bâtiments-tours

Dans l'état actuel de nos connaissances, il est difficile de prévoir l'avenir des bâtiments-tours. Il est probable que les limites absolues des immeubles de grande hauteur seront fixées par des considérations d'ordre psychologique et physiologique, plutôt que par des considérations d'ordre purement technique. Dans l'avenir immédiat, il semble que l'adoption du béton léger (Shell Oil Building à Houston, Etats-Unis, figure B.7) permet d'éviter le dépassement



IMMEUBLE DE 48 ETAGES A USAGE ADMINISTRATIF

Hauteur : 210 m au-dessus du sol

Fondations : Radier général

Ossature : A) Noyau central en béton armé léger

B) Portiques extérieurs en béton armé léger, composé de poteaux (tous les 1,5 m) et de poutres, formant une façade perforée"

Planchers : Béton armé traditionnel

Façades : Panneaux de verre encastrés directement dans les portiques extérieurs.

FIG. B.7 — *Shell Oil Building, Houston, Texas, Etats-Unis.*

des contraintes admissibles pour les sols de résistance moyenne [15]. Pour l'avenir plus lointain, des recherches sont en cours afin de parvenir à éliminer complètement les refends et les noyaux en tant que structures de résistance. Le contreventement serait assuré dans ce cas uniquement par une façade structurelle conçue comme une coque mince perforée, désignée généralement sous le nom de « façade perforée » (voir § B.9). Du point de vue architectural

www.bouquin.tk

cette solution libérerait l'utilisateur de toute contrainte, des cloisons légères amovibles constituant les seules séparations intérieures.

A notre connaissance, un des premiers bâtiments-tours dont la conception s'engage dans cette voie est l'immeuble administratif de Hong-Kong, en cours de construction [17]. La hauteur du bâtiment est de 180 m (50 étages). Dans le calcul il a été tenu compte de l'effet des typhons ayant une vitesse moyenne sur 2 s de 70 m/s. Le contreventement est assuré en principe par la façade en béton armé conçu comme une coque perforée par des fenêtres circulaires. Toutefois, les noyaux formés par les cages d'escalier d'inertie non négligeable témoignent du désir des constructeurs de ne pas rompre complètement avec les structures traditionnelles.

g) Quantités

Il est impossible de donner des chiffres concernant les quantités de matériaux mis en œuvre, le nombre de paramètres étant trop grand. A titre d'information on peut citer les valeurs approchées suivantes pour des bâtiments-tours d'environ 30 étages :

Béton : 0,30 à 0,45 m^3/m^2 de surface développée de plancher.
Acier : 20 à 35 kg/m^2 de surface développée de plancher.

B.2 - Plan du chapitre B

Les méthodes de calcul exposées dans le chapitre B concernent particulièrement les bâtiments-tours dont le contreventement est assuré par des refends linéaires ou non linéaires, pleins ou présentant des ouvertures. Ces méthodes peuvent, toutefois, dans certains cas, être appliquées à d'autres types de bâtiments-tours.

Les problèmes traités se divisent en deux groupes :

a) Etude de refends dans les cas général (§ B.3 et B.4)

1. On expose dans le § B.3 les méthodes de distribution des sollicitations d'ensemble (efforts tranchants H, moments fléchissants M, charges verticales V) agissant sur le bâtiment, à chaque refend de contreventement.

2. On étudie dans le § B.4 un refend isolé, plein ou comprenant des ouvertures. Dans le cas d'un refend à une ou plusieurs files d'ouvertures on étudie séparément les parties pleines et les linteaux qui les relient.

b) Etude des problèmes spéciaux

Dans les paragraphes B.5 à B.10 on expose certains problèmes pratiques ayant un caractère particulier et on indique des méthodes de calcul approché des structures mixtes refends + portiques et des façades perforées.

Nota. La plupart des méthodes de calcul exposées sont approximatives. Elles peuvent être utilisées soit pour l'étude proprement dite dans le cas des bâtiments-tours de hauteur moyenne (jusqu'à 30 étages environ), soit pour l'avant-projet et la vérification des calculs effectués par ordinateur dans le cas des bâtiments-tours de très grande hauteur.

B.3 - Distribution des sollicitations d'ensemble aux refends

Il est supposé que les refends ont une section constante sur toute la hauteur du bâtiment, ou que les éventuels rétrécissements dans le sens de l'épaisseur effectués vers la partie supérieure de la construction n'affectent pas le rapport des inerties des refends.

Dans le cas contraire, l'application des méthodes mentionnées ci-dessous est liée aux modifications indiquées au § B.6.

Par ailleurs, il est supposé que les refends sont pleins; sinon il faudra faire appel à la notion d'inertie équivalente conformément au § B.5.

B.3.1 - Sollicitations horizontales (vent)

Il est supposé que les déformées de tous les refends sont des courbes affines, et que, en conséquence, la distribution des sollicitations horizontales peut s'effectuer à n'importe quel niveau, le pourcentage de l'effort tranchant d'ensemble H équilibré par chaque refend restant constant sur toute la hauteur du bâtiment. La méthode suivante [18] est couramment utilisée pour distribuer l'effort tranchant H aux refends qui assurent le contreventement du bâtiment. La distribution des moments fléchissants est analogue.

www.bouquin.tk

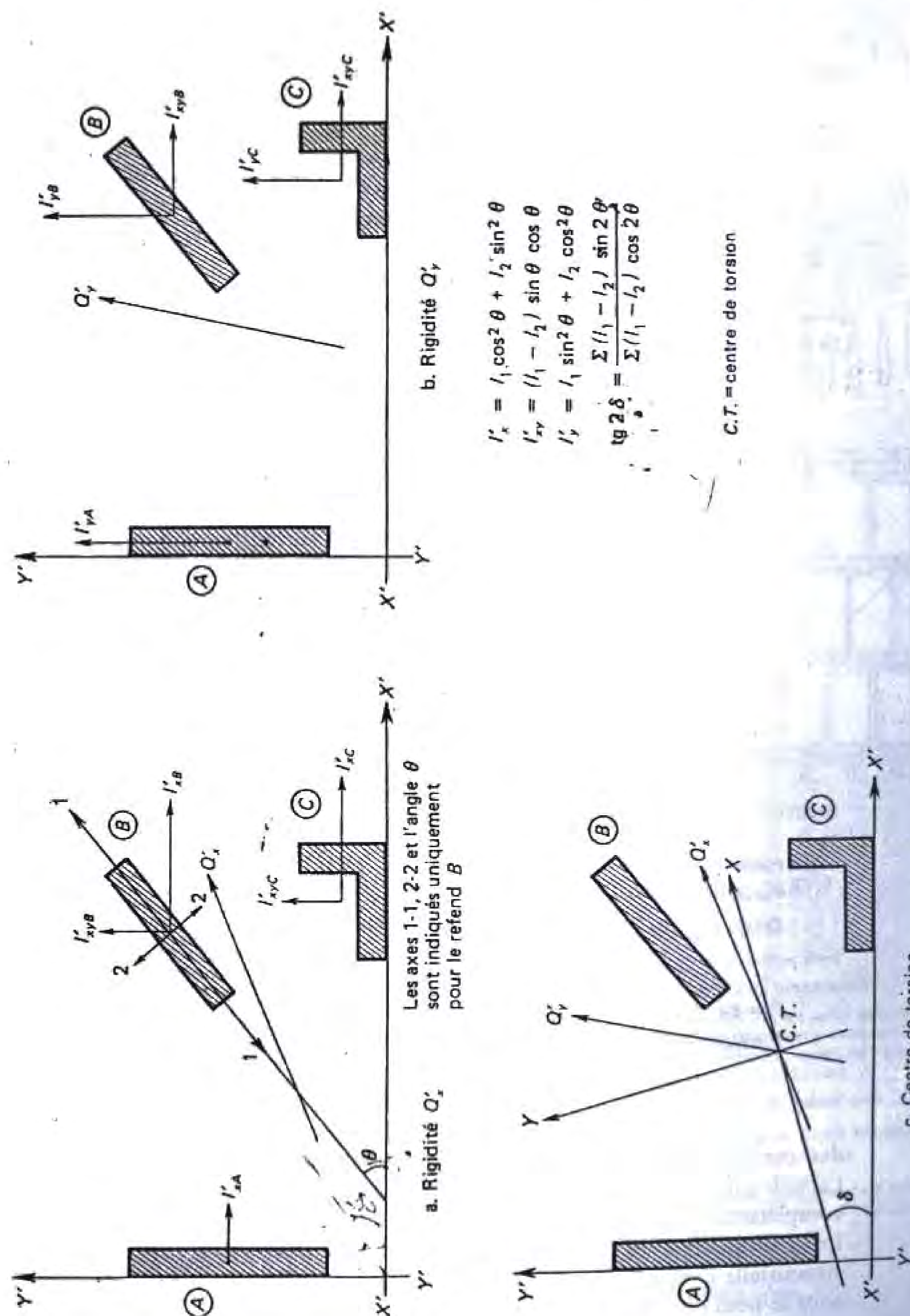
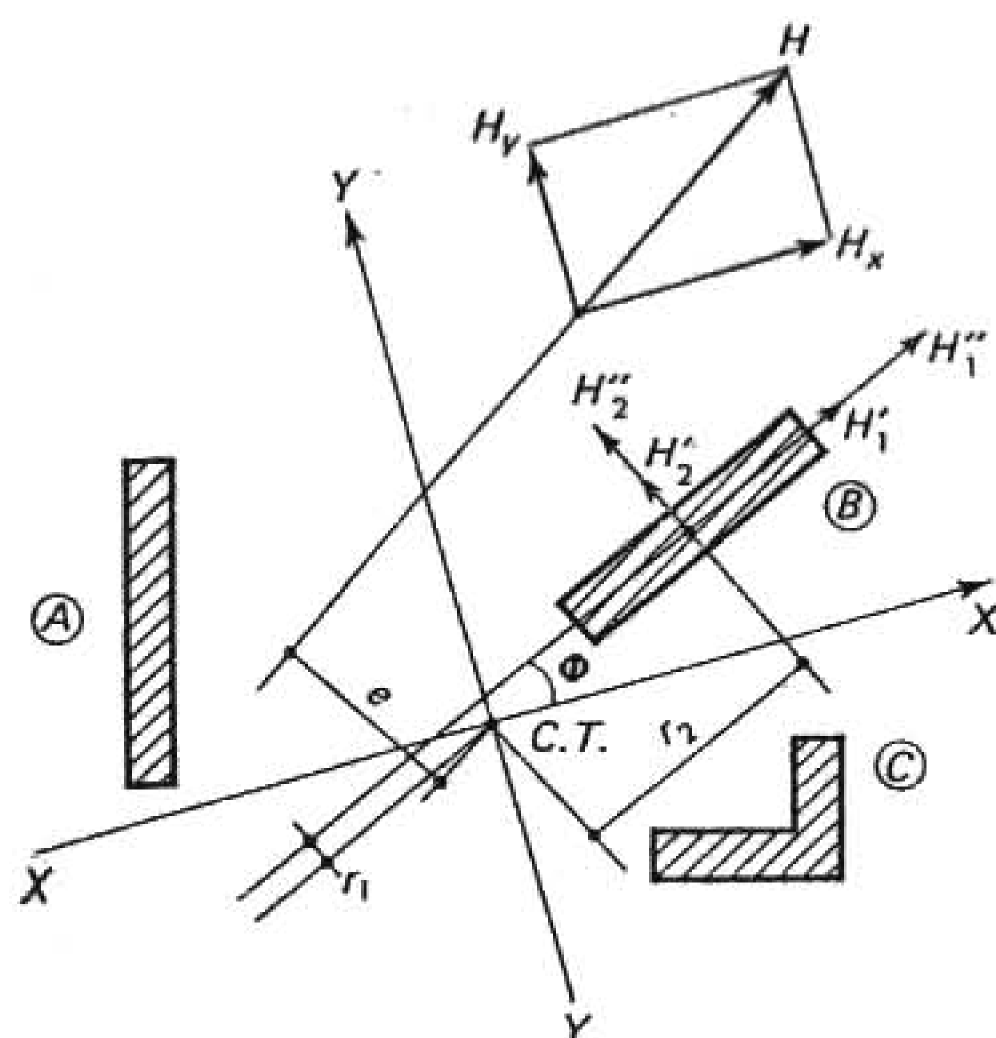


FIG. B.8 — *Métode du centre de torsion. Cas général. Calcul du centre de torsion.*



Les forces H_1', H_1'', H_2', H_2'' et l'angle Φ sont indiqués uniquement pour le refend *B*

Rigidités (inerties)

$I_x = I_1 \cos^2 \Phi + I_2 \sin^2 \Phi$

$I_y = I_1 \sin^2 \Phi + I_2 \cos^2 \Phi$

$J = \Sigma\, I_1 r_1^2 + \Sigma\, I_2 r_2^2$

Forces dues à la translation

$\Delta_x = \dfrac{\overline{H}_x}{\Sigma I_x}$, $\Delta_y = \dfrac{\overline{H}_y}{\Sigma I_y}$

$H_1' = I_1 (\Delta_x \cos \Phi + \Delta_y \sin \Phi)$

$H_2' = I_2 (\Delta_y \cos \Phi - \Delta_x \sin \Phi)$

Forces dues à la rotation

$H_1'' = \dfrac{\overline{M} r_1}{J} I_1$

$H_2'' = \dfrac{\overline{M} r_2}{J} I_2$

Forces totales

$H_1 = H_1' + H_1''$

$H_2 = H_2' + H_2''$

FIG. B.9 — *Méthode du centre de torsion. Cas général. Calcul des efforts dans les refends.*

Notations supplémentaires pour ce chapitre (fig. B.8 et B.9).

— 1, 2 — 2 = axes principaux d'inertie d'un refend,

— *X*, *Y* — *Y* = système d'axes parallèles aux axes principaux d'un groupe de refends dont l'origine est située au centre de torsion du groupe; si le centre de torsion coïncide avec le centre de gravité du groupe les axes *X* — *X*, *Y* — *Y* sont des axes principaux,

X' — *X'*, *Y'* — *Y'* = axes rectangulaires d'un groupe de refends ayant une direction et une origine arbitraires, choisies en fonction de la commodité du calcul,

δ = angle de *X* — *X* à *X'* — *X'* (un seul angle δ pour l'ensemble),

= angle de *X* — *X* à 1 — 1 (à chaque refend correspond un angle Φ),

θ = angle de *X'* — *X'* à 1 — 1 (à chaque refend correspond un angle θ),

= rigidité de flexion d'un refend; si tous les refends du groupe ont la même hauteur, le même coefficient d'élasticité et les mêmes conditions aux appuis, la rigidité de flexion est remplacée par le *moment d'inertie*. I_1, I_2, I_x, I_y, I'_x, I'_y correspondent aux axes 1 — 1,

www.bouquin.tk

I_{xy} = rigidité transversale,

r_1, r_2 = distances du centre de torsion aux axes 1 — 1, 2 — 2 (à chaque refend correspond un couple de valeurs r_1, r_2),

x, *y* = coordonnées rattachées aux axes *X* — *X*, *Y* — *Y*,

x', *y'* = coordonnées rattachées aux axes *X'* — *X'*, *Y'* — *Y'*,

Q'_x, Q'_y = forces horizontales produisant une translation unitaire du groupe de refends dans les directions *X'* — *X'* et *Y'* — *Y'*,

H = force horizontale extérieure (par exemple l'effort tranchant) appliquée au groupe de refends,

H' = force horizontale dans un refend due à la translation du bâtiment sous l'effet de *H*,
H'_1, H'_2 = composantes selon les axes 1 — 1, 2 — 2,
H'_x, H'_y = composantes selon les axes *X* — *X*, *Y* — *Y*,

H'' = force horizontale dans un refend due à la rotation du bâtiment sous l'effet de *H*,
H''_1, H''_2 = composantes selon les axes 1 — 1, 2 — 2,
H''_x, H''_y = composantes selon les axes *X* — *X*, *Y* — *Y*,

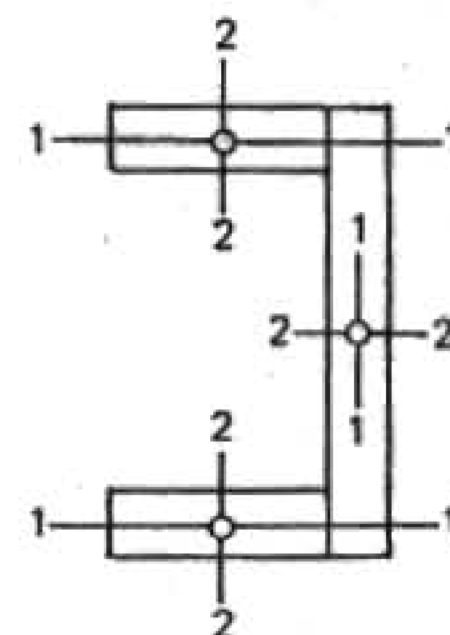
e = excentricité de la force *H* par rapport au centre de torsion.

Généralités

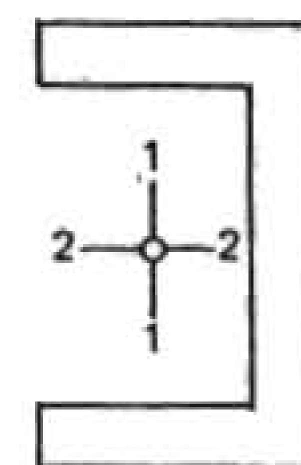
Les refends rectangulaires dont un côté est nettement plus grand que l'autre sont considérés comme linéaires ($I_2 \simeq 0$).

Les refends de forme profilée (*T*, *L*, *U*, *I*, etc.) sont pris en considération selon un des procédés suivants :

1) On considère le refend constitué par plusieurs refends linéaires indépendants (dans ce cas on peut s'attendre à des fissures dans les lignes de jonction, les aciers de couture n'étant pas dimensionnés pour équilibrer les efforts réels de cisaillement). Voir figure B.10 *a*.



a - Centres de gravité de chaque partie de refend



b - Centre de gravité du refend pris dans son ensemble

2) On considère le refend dans son ensemble et on évalue ses rigidités à la flexion I_1 et I_2. Pour la suite des calculs on détermine le centre de gravité du refend, constituant l'origine des axes 1 — 1 et 2 — 2. Voir figure B.10 *b*. Si le refend de forme profilée joue un rôle prépondérant il faudra effectuer un calcul plus précis, l'origine des axes étant située au centre de torsion du refend.

Parfois on préfère limiter les cisaillements entre la table et l'âme d'un refend de forme profilée en fixant plus ou moins arbitrairement une largeur de table supposée collaborer avec le reste du refend (fig. B.11); cette façon de limiter les cisaillements est d'autant plus discutable que la largeur est plus arbitraire. A titre d'indication il est à noter que certains auteurs préconisent de ne pas dépasser une largeur de table égale à la moitié de la longueur du refend ou à 10 % de la hauteur du bâtiment.

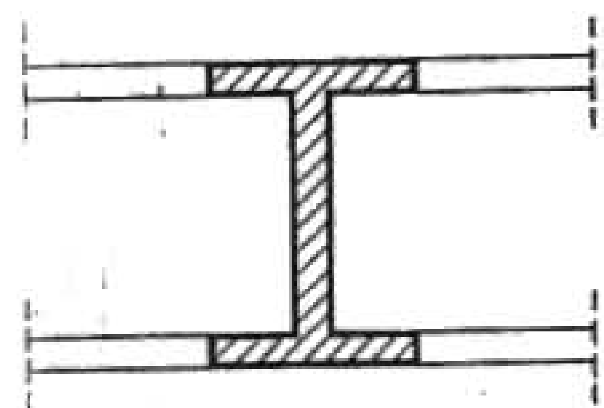


FIG. B.11 — *Refend de forme profilée dont la largeur de table a été limitée arbitrairement.*

Du point de vue pratique il est très important de s'assurer que la longueur théorique d'un refend correspond bien à sa longueur réelle.

Supposons par exemple un refend linéaire de grande longueur. Si à cause du retrait, des différences de température ou des tassements différentiels, le refend est en réalité fortement fissuré, on aura en fait plusieurs refends de moindres longueurs, dont la somme des moments d'inertie est nettement inférieure au moment d'inertie du refend théorique. Quand on ne peut pas être sûr de la longueur réelle du refend on préfère parfois éviter les risques de diminution du coefficient de sécurité de l'ouvrage et de fissuration anarchique des murs en divisant par joints secs un refend très long en plusieurs refends indépendants.

B.3.1.1 - MÉTHODE DU CENTRE DE TORSION

a) Calcul dans le cas général

Le centre de torsion (ou centre élastique) d'un groupe de refends est le point caractérisé par les propriétés suivantes :

1. Une force dont la ligne action passe par le centre de torsion engendre uniquement une translation des refends. La direction de la translation est parallèle à la direction de la force.

2. Un moment dont l'axe (vertical) passe par le centre de torsion engendre uniquement une rotation des refends. Le sens de la rotation est le même que le sens du moment.

La rigidité à la flexion I d'un refend est la force (ou le couple) de rappel par laquelle le refend réagit quand une force (ou un couple) extérieure H produit une translation (ou une rotation) unitaire, telle qu'elle est représentée sur la

www.bouquin.tk

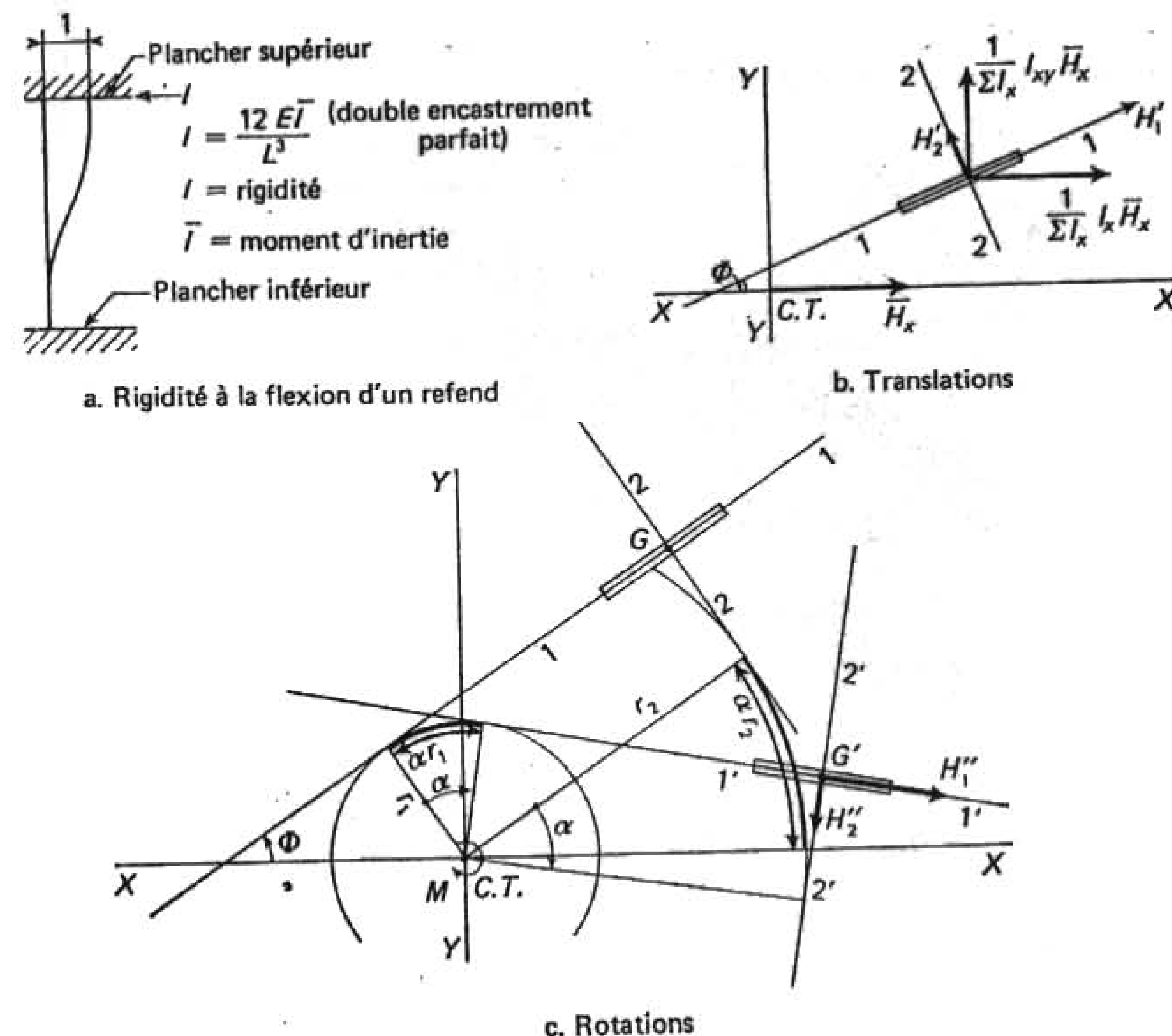


FIG. B.12 — *Méthode du centre de torsion. Généralités.*

Si la translation est parallèle à l'axe $X' — X'$, la rigidité du refend est $= I_1 \cos^2 \theta + I_2 \sin^2 \theta$ (fig. B.8); simultanément, une force de rappel I'_{xy} développe dans le sens perpendiculaire à $X' — X'$. La valeur de cette force, i représente la rigidité transversale du refend est $I'_{xy} = (I_1 — I_2) \sin \theta \cos \theta$. : même, si la translation est parallèle à l'axe $Y' — Y'$, on trouve : $= I_1 \sin^2 \theta + I_2 \cos^2 \theta$ et $I'_{xy} = (I_1 — I_2) \sin \theta \cos \theta$.

Pour déterminer le centre de torsion du groupe de refends il faut choisir système d'axes $X' — X'$, $Y' — Y'$ et supposer une translation unitaire selon — X', ensuite une translation unitaire selon $Y' — Y'$. La translation selon — X' engendre, pour chaque refend, les rigidités I'_x et I'_{xy}. Leur résultante t Q'_x (fig. B.8 *a*).

La translation selon $Y' — Y'$ engendre, pour chaque refend, les rigidités et I'_{xy}. Leur résultante est Q'_y (fig. B.8 *b*). L'intersection des résultantes ' et Q'_y est le centre de torsion recherché (fig. B.8 *c*); en effet, toute force térieure dont la direction passe par ce point peut être décomposée selon s directions des forces Q'_x et Q'_y qui produisent des translations sans rotation lon $X' — X'$ et $Y' — Y'$. Il est à noter que les forces Q'_x et Q'_y ne font pas :cessairement un angle de 90°.

Le centre de torsion constitue l'origine des axes $X - X$ et $Y - Y$. On démontre que l'angle δ entre $X - X$ et $X' - X'$ peut être obtenu par la relation

$$\operatorname{tg} 2\,\delta = \frac{\Sigma\,(I_1 - I_2)\sin 2\,\theta}{\Sigma\,(I_1 - I_2)\cos 2\,\theta}.$$

Une fois les axes $X - X$, $Y - Y$ déterminés, il faut distribuer la force extérieure H aux refends (fig. B.9). Cette force sera réduite par rapport au centre de torsion; on obtient deux composantes $\bar{H}_x$ et $\bar{H}_y$ (dirigées selon $X - X$ et $Y - Y$) et un moment $\overline{M} = He$.

$\bar{H}_x$ est une force qui passe par le centre de torsion; elle produit donc une translation d'ensemble des refends parallèlement à $X - X$. Cette translation développe dans chaque refend des forces proportionnelles aux rigidités I_x et I_{xy} de chacun d'eux et à la force extérieure $\bar{H}_x$ soit (fig. B.12 *b*) :

$$\frac{1}{\Sigma I_x} I_x\,\bar{H}_x \text{ parallèlement à } X - X,$$

$$\frac{1}{\Sigma I_x} I_{xy}\,\bar{H}_x \text{ parallèlement à } Y - Y,$$

soit encore :

$$h_1' = \frac{1}{\Sigma I_x}\bar{H}_x\,(I_x \cos \Phi + I_{xy}\sin \Phi) \text{ selon } 1 - 1,$$

$$h_2' = \frac{1}{\Sigma I_x}\bar{H}_x\,(I_{xy} \cos \Phi - I_x\sin \Phi) \text{ selon } 2 - 2.$$

Par analogie, $\bar{H}_y$ engendre les forces :

$$h_1'' = \frac{1}{\Sigma I_y}\bar{H}_y\,(I_y \sin \Phi + I_{xy}\cos \Phi) \text{ selon } 1 - 1,$$

$$h_2'' = \frac{1}{\Sigma I_y}\bar{H}_y\,(I_y \cos \Phi - I_{xy}\sin \Phi) \text{ selon } 2 - 2.$$

Finalement :

$$H_1' = h_1' + h_1'',$$
$$H_2' = h_2' + h_2'',$$

donc avec $I_x = I_1 \cos^2 \Phi + I_2 \sin^2 \Phi$; $I_y = I_1 \sin^2 \Phi + I_2 \cos^2 \Phi$; $I_{xy} = (I_1 - I_2)\sin \Phi \cos \Phi$; $\Delta_x = \dfrac{\bar{H}_x}{\Sigma I_x}$; $\Delta_y = \dfrac{\bar{H}_y}{\Sigma I_y}$,

On obtient :

$$H_1' = I_1'\,(\Delta_x \cos \Phi + \Delta_y \sin \Phi),$$
$$H_2' = I_2'\,(\Delta_y \cos \Phi - \Delta_x \sin \Phi).$$

$\overline{M}$ e[illegible] vertical qui passe par le centre de torsion; il produit

www.bouquin.tk

D'après la définition des rigidités I_1, I_2 (forces nécessaires pour provoquer un déplacement unitaire selon $1 - 1$, $2 - 2$), les forces H_1'', H_2'' engendrées dans chacun des refends par la rotation d'ensemble sont proportionnelles aux rigidités I_1 et I_2 de chacun d'eux et aux déplacements αr_1 et αr_2 des axes $1 - 1$ et $2 - 2$, soit donc (fig. B.12 *c*) :

$$H_1'' = K\,\alpha r_1\,I_1,$$
$$H_2'' = K\,\alpha r_2\,I_2,$$

K étant un coefficient de proportionnalité.

Les conditions d'équilibre extérieur imposent

$$\Sigma\,H_1''\,r_1 + \Sigma\,H_2''\,r_2 = \overline{M}$$

En remplaçant H_1'', H_2'' dans la dernière équation, on obtient :

$$K\,\alpha = \frac{\overline{M}}{\Sigma\,I_1\,r_1^2 + \Sigma\,I_2\,r_2^2},$$

d'où, avec $J = \Sigma\,I_1\,r_1^2 + \Sigma\,I_2\,r_2^2$,

$$H_1'' = \frac{\overline{M} r_1\,I_1}{J},$$

$$H_2'' = \frac{\overline{M} r_2\,I_2}{J}.$$

Les forces finales distribuées dans les renfends sont, en définitive :

$$H_1 = H_1' + H_2'',$$
$$H_2 = H_2' + H_1''.$$

Remarques

1. Dans le cas général, tous les refends ont le même module d'élasticité, la même hauteur et présentent les mêmes conditions aux appuis. Il est donc possible de simplifier les calculs et *remplacer partout la rigidité par le moment d'inertie.*

2. Il est conseillé d'effectuer une vérification finale afin de s'assurer que les équations d'équilibre sont respectées, c'est-à-dire que la somme des forces distribuées dans les refends est égale à l'effort tranchant extérieur appliqué à la construction.

b) Calcul simplifié

Le calcul simplifié s'applique dans les cas très fréquents où les axes d'inertie principaux $1 - 1$, $2 - 2$ de la plupart des refends sont parallèles, les refends disposés selon une autre direction constituant une exception. De plus, les conditions pour effectuer les calculs avec les moments d'inertie à la place des

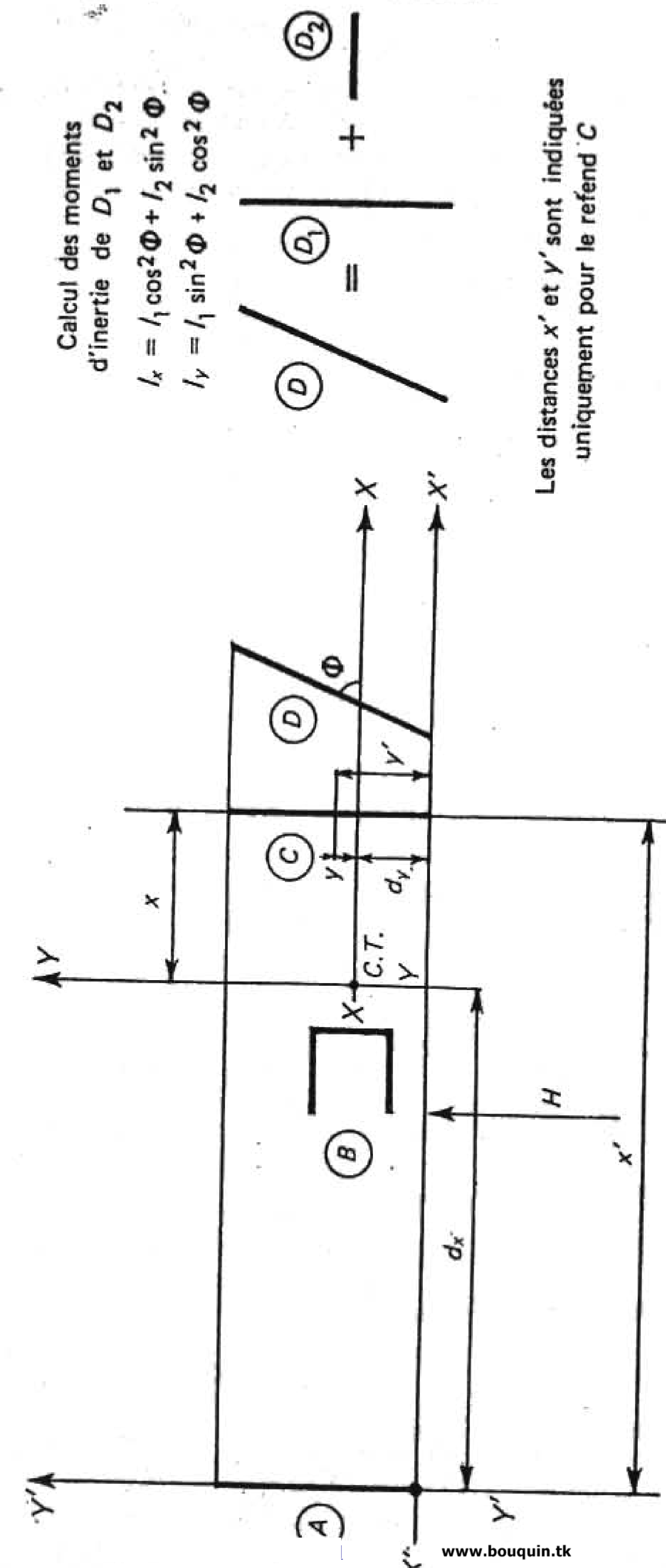


FIG. B.13 — Méthode du centre de torsion. Calcul simplifié.

www.bouquin.tk

Etapes de calcul

1. On considère que les axes $X — X$, $Y — Y$ du groupe sont parallèles aux axes 1 — 1, 2 — 2 de la plupart des refends.

2. Chaque refend ayant exceptionnellement les axes propres d'inertie disposés selon une direction qui ne coïncide pas avec les directions des axes $X — X$, $Y — Y$ est remplacé par deux refends fictifs indiqués sur la fig. B.13. Le centre de gravité des refends fictifs coïncide avec celui du refend réel.

3. On détermine pour chaque refend I_x et I_y selon les axes.

Pour les refends fictifs on obtient :

$$I_x = I_1 \cos^2 \Phi + I_2 \sin^2 \Phi,$$
$$I_y = I_1 \sin^2 \Phi + I_2 \cos^2 \Phi,$$

où I_1 et I_2 sont les moments d'inertie principaux du refend réel et Φ l'angle entre 1 — 1 et $X — X$.

4. Les rigidités transversales I_{xy} sont nulles dans tous les cas. En conséquence, le centre de torsion peut être considéré comme le centre de gravité des moments d'inertie des refends. Par rapport aux axes arbitraires $X' — X'$, $Y' — Y'$ on obtient :

$$d_x = \frac{\Sigma I_y x'}{\Sigma I_y} ; d_y = \frac{\Sigma I_x y'}{\Sigma I_x},$$

où x', y' sont les coordonnées du centre de gravité de chaque refend par rapport aux axes $X' — X'$ et $Y' — Y'$.

5. La réduction de la force extérieure H par rapport au centre de torsion fournit $\bar{H}_x$, $\bar{H}_y$ et $\overline{M} = He$.

6. Les forces provenant des translations deviennent :

$$H_x' = \frac{\bar{H}_x I_x}{\Sigma I_x} ; H_y' = \frac{\bar{H}_y I_y}{\Sigma I_y}.$$

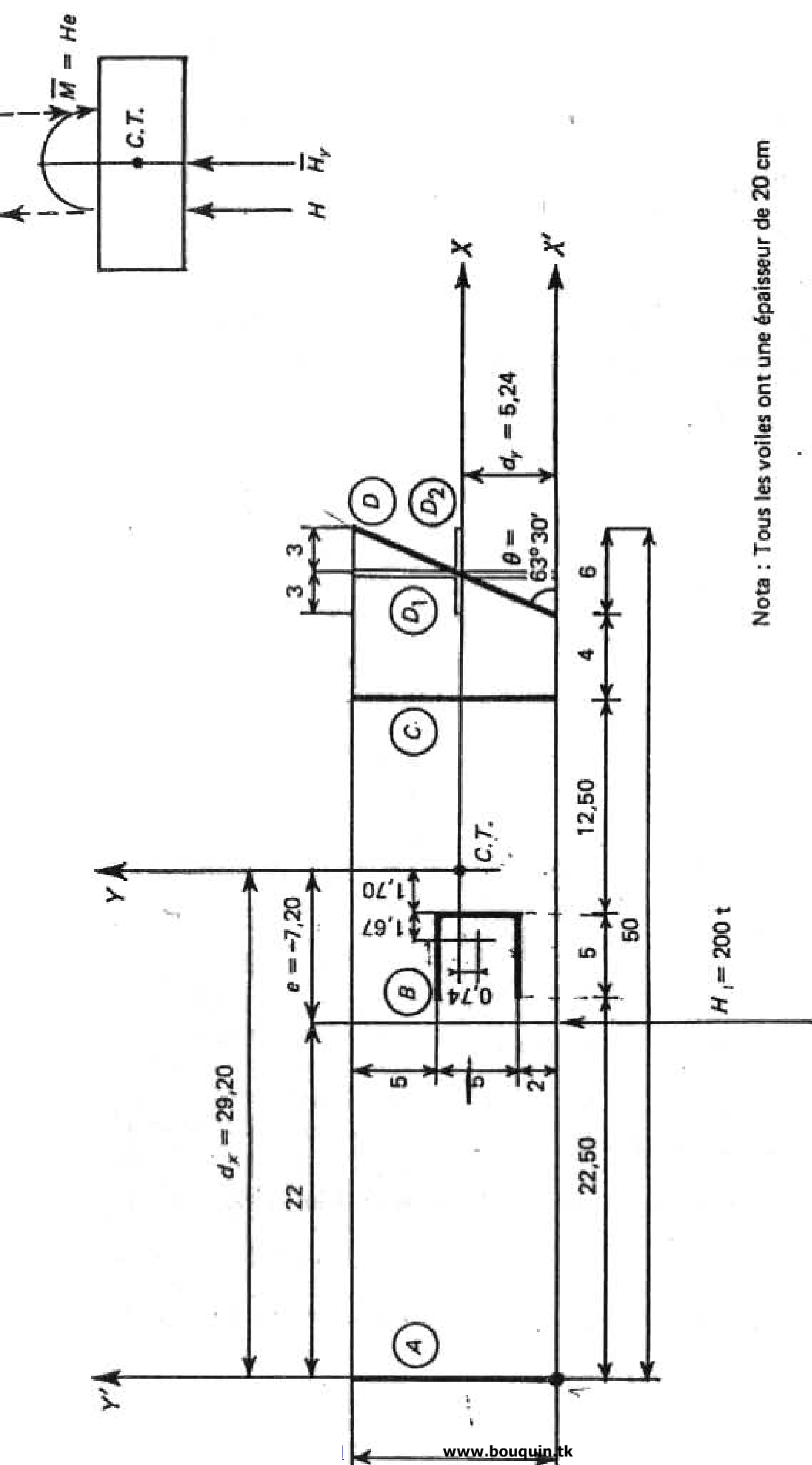
7. Les forces provenant des rotations deviennent :

$$H_x'' = \frac{\overline{M} y I_x}{J} ; H_y'' = \frac{\overline{M} x I_y}{J},$$

où : $J = \Sigma I_x y^2 + \Sigma I_y x^2$,

x, y étant les distances du centre de torsion aux axes 1 — 1, 2 — 2 de chaque refend.

8. Les forces finales distribuées dans les refends sont, en définitive :



Nota : Tous les voiles ont une épaisseur de 20 cm

FIG. B.14 — *Méthode du centre de torsion. Exemple numérique.*

www.bouquin.tk

c) Exemple numérique

Le groupe de refends représenté sur la figure B.14 est soumis à l'action de l'effort tranchant agissant à la base d'un bâtiment-tour, et ayant une valeur $H = 200$ *t*. La plupart des refends (trois sur quatre) ayant les axes principaux d'inertie parallèles, on peut effectuer un calcul simplifié. Le refend *D*, ayant les axes inclinés par rapport aux autres est remplacé par les refends fictifs D_1 et D_2.

On situe l'origine des axes $X' — X'$, $Y' — Y'$ à l'une des extrémités du refend *A*. On obtient les coordonnées du centre de torsion

$$d_x = \frac{\Sigma I_y x'}{\Sigma I_y} = \frac{3\,046}{104,18} = 29,20 \text{ m}$$

et

$$d_y = \frac{\Sigma I_x y'}{\Sigma I_x} = \frac{86}{16,42} = 5,24 \text{ m.}$$

En effectuant le changement de système d'axes, avec une nouvelle origine située au centre de torsion, on attribue aux refends les coordonnées par rapport à $X — X$, $Y — Y$, avec les signes respectifs.

L'excentricité de la force extérieure $H = 200$ t est $e = -\,7,20$ m, d'où $\overline{M} = He = 200\,(-\,7,20) = -\,1\,440$ tm.

Les forces provenant des translations et des rotations sont évaluées pour chaque refend. Les résultats des calculs sont présentés dans le tableau B.1. Par exemple, pour le refend *A*, on trouve

$$H_y' = \frac{\overline{H}_y I_y}{\Sigma I_y} = \frac{200 \times 28,80}{104,18} = 55,2 \text{ t}$$

et

$$H_y'' = \frac{\overline{M} x I_y}{J} = \frac{(-\,1\,440)\,(-\,29,20) \times 28,80}{38\,135} = 31,60 \text{ t,}$$

avec $J = \Sigma I_x y^2 + \Sigma I_y x^2 = 38\,135 \text{ m}^6$.

On voit que les forces H_y' provoquées par les translations sont soit augmentées, soit diminuées par les forces H_y'' provoquées par les rotations.

Une vérification intuitive peut être effectuée à l'aide du croquis joint à la figure B.14, en réduisant schématiquement la force extérieure *H* par rapport au centre de torsion et en observant l'effet de la force de translation $\overline{H}_y$ et du moment $\overline{M}$ sur l'ensemble des refends.

Nota. Par rapport à un calcul exact on a commis les erreurs suivantes :

1. Les axes principaux d'inertie du groupe de refends sont en réalité inclinés de 12°30′ par rapport aux axes $X — X$, $Y — Y$.

2. Les forces finales de calcul dans les refends présentent des erreurs de

N°	Moments d'inertie				Valeurs de calcul								Forces dans les refends					
													Forces dues à la translation		Forces dues à la rotation		Forces finales	
	I_1	I_2	I_x	I_y	x'	y'	$I_y x'$	$I_x y'$	x	y	$I_y x^2$	$I_x y^2$	H_x'	H_y'	H_x''	H_y''	H_x	H_y
	m^4	m^4	m^4	m^4	m	m	m^5	m^5	m	m	m^6	m^6	t	t	t	t	t	t
[illegible]	28,80	0	0	28,80	0	6,00	0	0	— 29,20	0,76	24 500	0	0	55,2	0	31,6	0	86,8
[illegible]	14,58	8,32	8,32	14,58	25,83	4,50	386	37,40	— 3,37	— 0,74	166	4,55	0	28	0,23	1,8	0,23	29,8
C	28,80	0	0	28,80	40,00	6,00	1 150	0	10,80	0,76	3 360	0	0	55,2	0	— 11,4	0	43,8
D_1	D: 40,00	D: 0,00	0	32,00	47,00	6,00	1 510	0	17,80	0,76	10 100	0	0	61,6	0	— 21,5	0	40,1
D_2			8,10	0	47,00	6,00	0	48,60	17,80	0,76	0	4,68	0	0	— 0,23	0	— 0,23	0
			$\Sigma I_x =$ 16,42	$\Sigma I_y =$ 104,18			$\Sigma I_y x' =$ 3 046	$\Sigma I_x y' =$ 86			$\Sigma I_y x^2 =$ 38 126	$\Sigma I_x y^2 =$ 9,23	$\Sigma H_x' =$ 0	$\Sigma H_y' =$ 200	$\Sigma H_x'' =$ 0	$\Sigma H_y'' =$ 0	$\Sigma H_x =$ 0	$\Sigma H_y =$ 200

www.bouquin.tk

Force extérieure $H = \overline{H}_y = 200$ t

Tableau B.1. — Méthode du centre de torsion. Exemple numérique

B.3.1.2 - MÉTHODE DE LA RIGIDITÉ [19]

Supposons un groupe de refends défini par le système d'axes rectangulaires $X — X$, $Y — Y$ ayant une origine arbitraire (1). Les refends sont soumis à l'action des forces extérieures $\overline{H}_x$, $\overline{H}_y$, $\overline{M}$, réduites par rapport à l'origine. Il est préférable, afin de simplifier l'exposé, d'utiliser la notion matricielle.

Le vecteur force s'écrit :

$$[\overline{H}] = \begin{bmatrix} \overline{H}_x \\ \overline{H}_y \\ \overline{M} \end{bmatrix}$$

La rigidité d'un refend, définie comme étant la force nécessaire pour provoquer un déplacement unitaire du refend, est appelée I_i.

Le vecteur déplacement d'un élément dans le plan XY est

$$[\Delta] = \begin{bmatrix} \Delta_x \\ \Delta_y \\ \Delta_z \end{bmatrix}$$

comme il est indiqué sur la figure B.15.

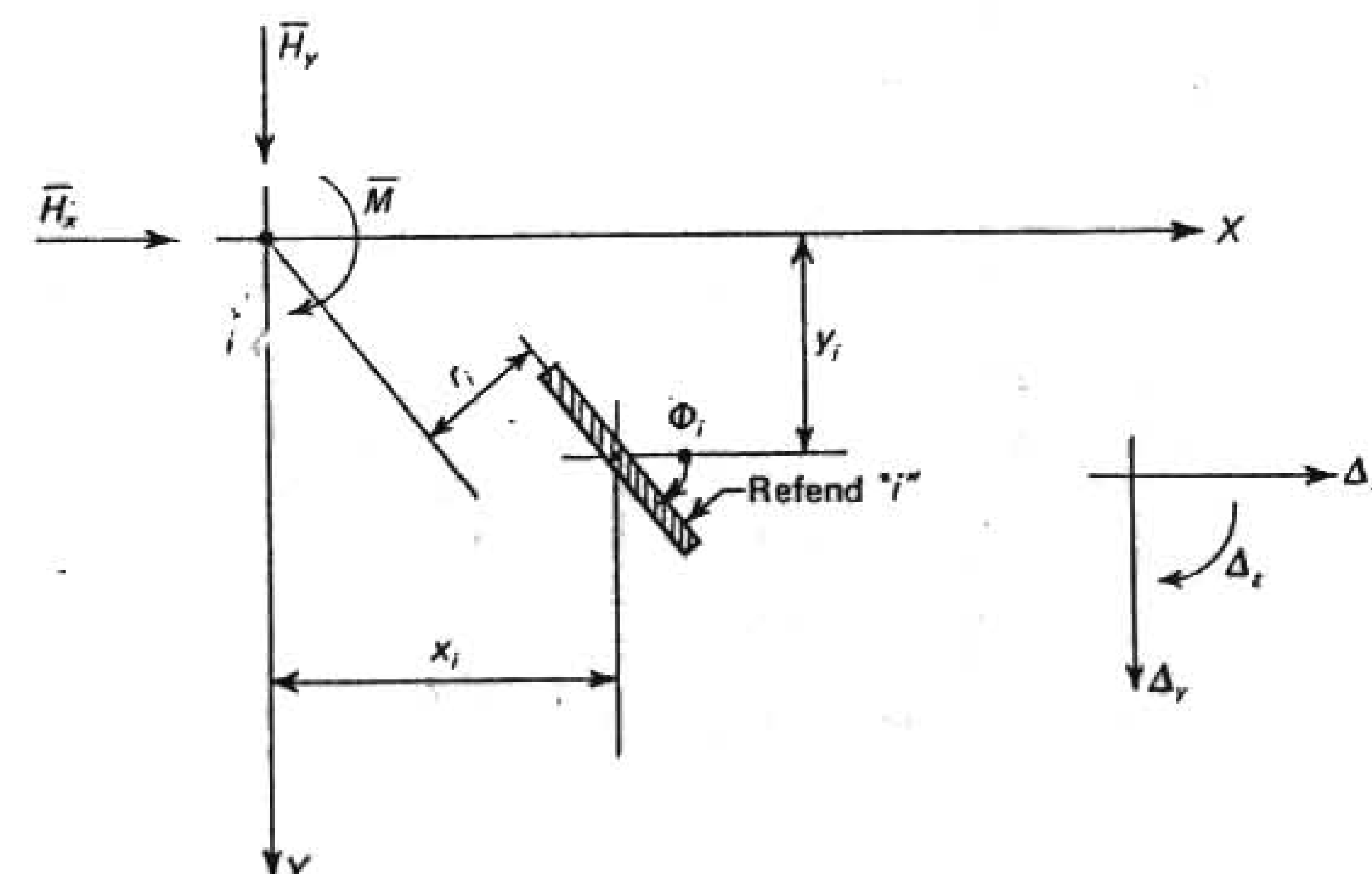


FIG. B.15 — *Méthode de la rigidité. Déplacement d'un élément dans le plan XY.*

(1) Il ne faut pas confondre ce système d'axes avec les axes $X — X$, $Y — Y$ du § B.3.1.1.

Les efforts engendrés par le vecteur force dans chaque refend « *i* » du groupe sont exprimés par la relation

$$H_i = I_i (\Delta_x \cos \Phi_i + \Delta_y \sin \Phi_i + \Delta_z r_i), \quad \text{(B.1)}$$

où : $r_i = x_i \sin \Phi_i - y_i \cos \Phi_i$.

Les équations d'équilibre du système sont :

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma H_i \cos \Phi_i = \bar{H}_x \\ \Sigma H_i \sin \Phi_i = \bar{H}_y \\ \Sigma H_i r_i = \bar{M} \end{array}\right\} \quad \text{(B.2)}$$

Des relations (B.1) et (B.2) on obtient :

$$[I] \times [\Delta] = [\bar{H}] \quad \text{(B.3)}$$

où :

$$[I] = \begin{bmatrix} \Sigma I_x & \Sigma I_{xy} & \Sigma I_{xt} \\ \Sigma I_{xy} & \Sigma I_y & \Sigma I_{yt} \\ \Sigma I_{xt} & \Sigma I_{yt} & \Sigma I_t \end{bmatrix}$$

On peut remarquer que $[I]$ est la matrice de rigidité du groupe de refends, qui peut être explicitée comme suit :

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma I_x = \Sigma I_i \cos^2 \Phi_i; \quad \Sigma I_y = \Sigma I_i \sin^2 \Phi_i \\ \Sigma I_t = \Sigma I_i r_i^2; \quad \Sigma I_{xy} = \Sigma I_i \sin \Phi_i \cos \Phi_i \\ \Sigma I_{xt} = \Sigma I_i r_i \cos \Phi_i; \quad \Sigma I_{yt} = \Sigma I_i r_i \sin \Phi_i \end{array}\right\} \quad \text{(B.4)}$$

La solution de l'équation (B.3) est :

$$[\Delta] = [I]^{-1} \times [\bar{H}]$$

Ayant obtenu le vecteur déplacement $[\Delta]$, on peut déduire la force H_i dans chaque refend « *i* ».

Calcul pratique

La méthode de la rigidité exprimée sous une forme matricielle sert au calcul sur ordinateur. Un calcul manuel peut être effectué de la manière suivante.

Le groupe de refends est soumis à l'action des forces extérieures $\bar{H}_x$, $\bar{H}_y$, $\bar{M}$ (réduites par rapport à l'origine d'un système d'axes rectangulaires $X - X$, $Y - Y$ choisis arbitrairement) et à la réaction des forces de rappel (rigidités) de chaque refend.

Une force extérieure produisant une translation dans la direction $X - X$ engendre dans le refend « *i* » une force de rappel proportionnelle à $I_i \cos \Phi_i$ dans la direction 1 — 1 (fig. B.16). Les projections de la force de rappel sont : $I_i \cos^2 \Phi_i$ dans la direction $X - X$ et $I_i \cos \Phi_i \sin \Phi_i$ dans la direction $Y - Y$. Son moment par rapport au point « 0 » est $I_i r_i$. Sous l'action des forces $\bar{H}_x$, $\bar{H}_y$, $\bar{M}$ les forces de rappel mentionnées sont à multiplier respectivement par les coefficients Δ_x, Δ_y et Δ_z.

www.bouquin.tk

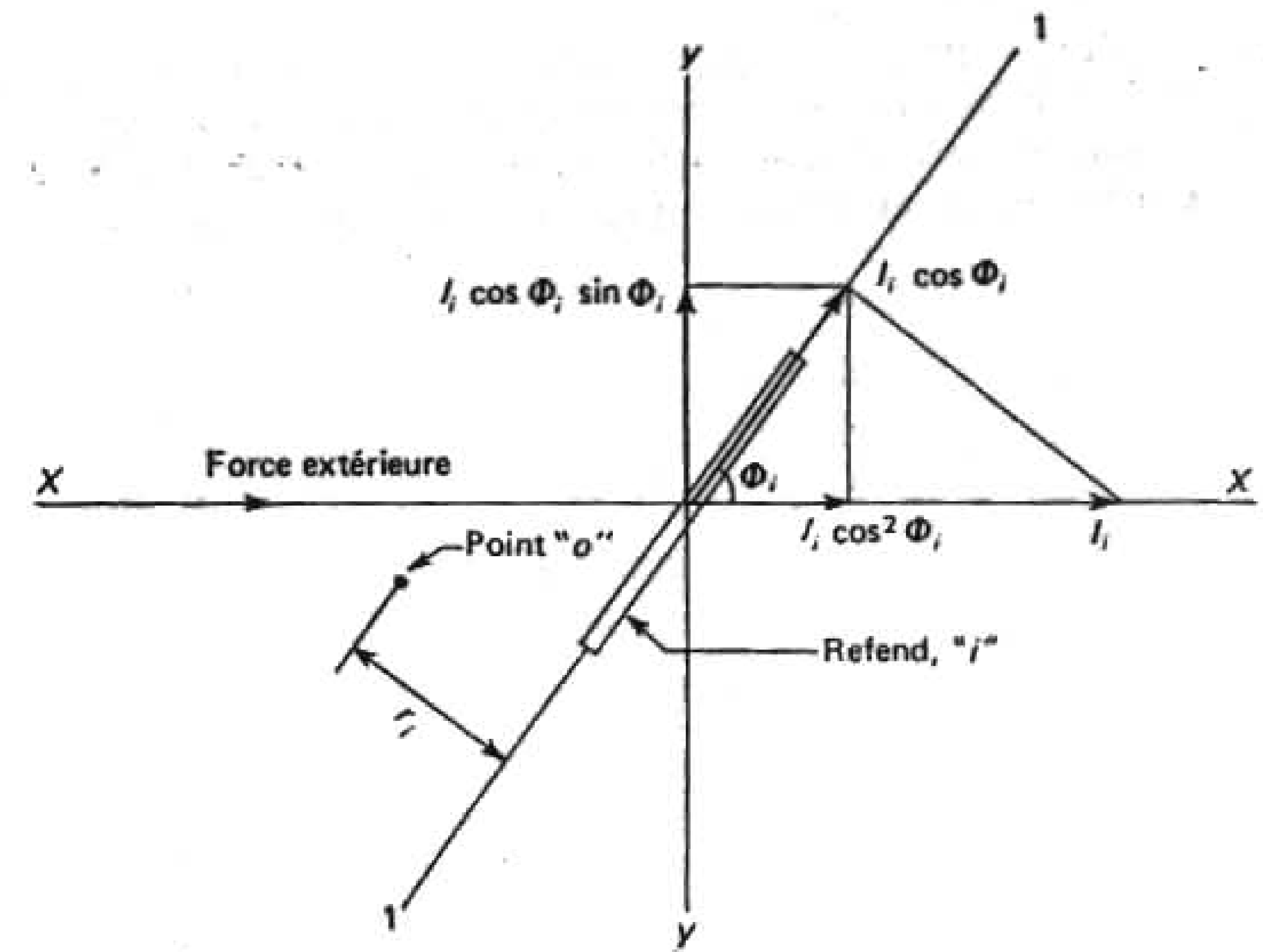


FIG. B.16 — *Méthode de la rigidité. Calcul pratique.*

Le groupe étant en équilibre on écrit que les projections des forces sur $X - X$ et $Y - Y$ ainsi que les moments autour de l'origine sont nuls. On arrive à un système de 3 équations et 3 inconnues, qui permet de trouver Δ_x, Δ_y et Δ_z.

Il est à noter que les forces distribuées dans les refends sont égales et de signe contraire aux forces de rappel.

Les étapes de calcul sont :

1. Calculer les rigidités (forces de rappel) ΣI_x, ΣI_y, ΣI_t, ΣI_{xy}, ΣI_{xt}, ΣI_{yt} conformément aux équations (B.4).

2. Ecrire les équations d'équilibre

$$\begin{array}{l} \Sigma I_x \ \Delta_x + \Sigma I_{xy} \Delta_y + \Sigma I_{xt} \Delta_z = \bar{H}_x \\ \Sigma I_{xy} \Delta_x + \Sigma I_y \ \Delta_y + \Sigma I_{yt} \Delta_z = \bar{H}_y \\ \Sigma I_{xt} \Delta_x + \Sigma I_{yt} \Delta_y + \Sigma I_t \ \Delta_z = \bar{M} \end{array}$$

3. Résoudre le système d'équations pour obtenir Δ_x, Δ_y et Δ_z.

4. Calculer pour chaque refend la force H_i conformément à l'équation (B.1).

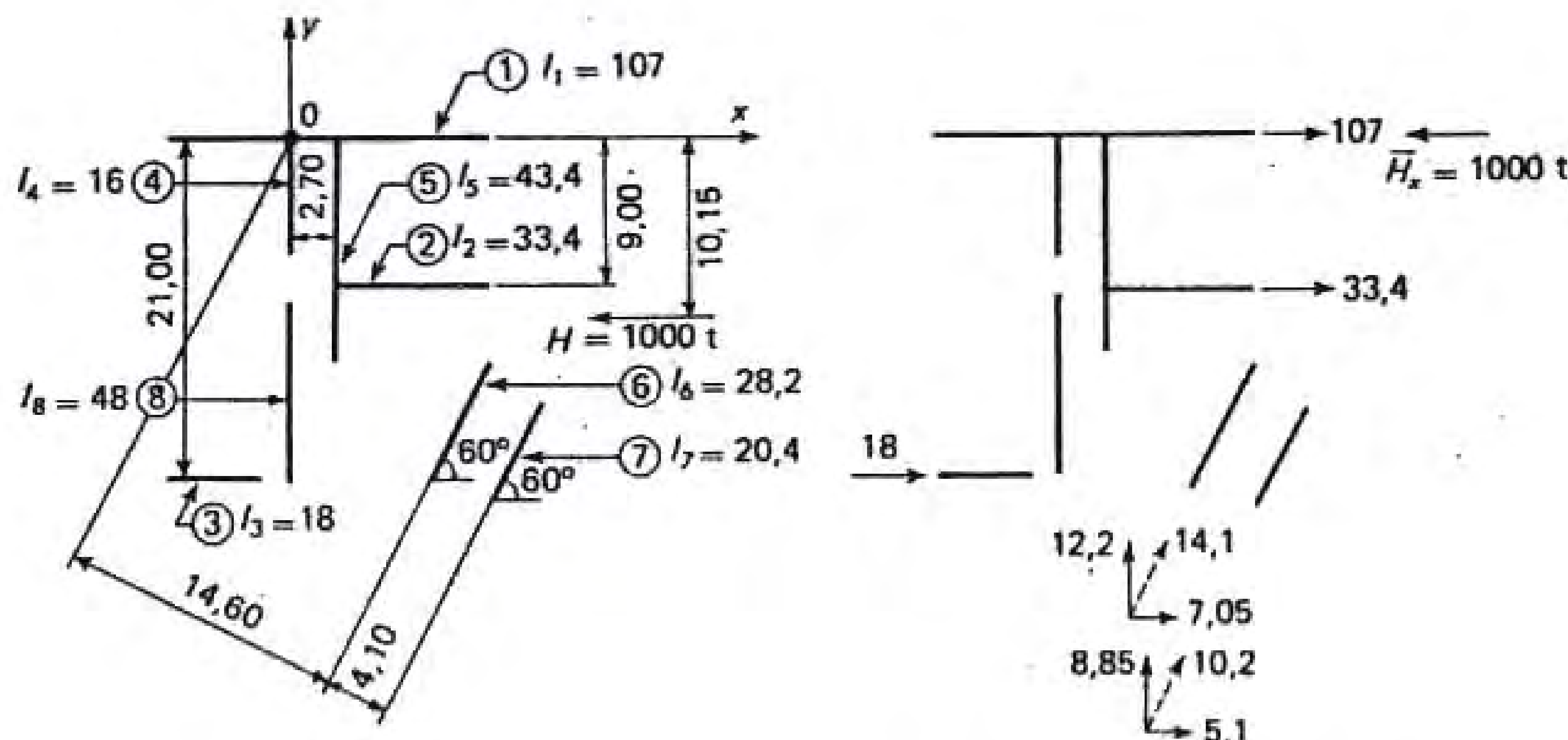
Remarque.

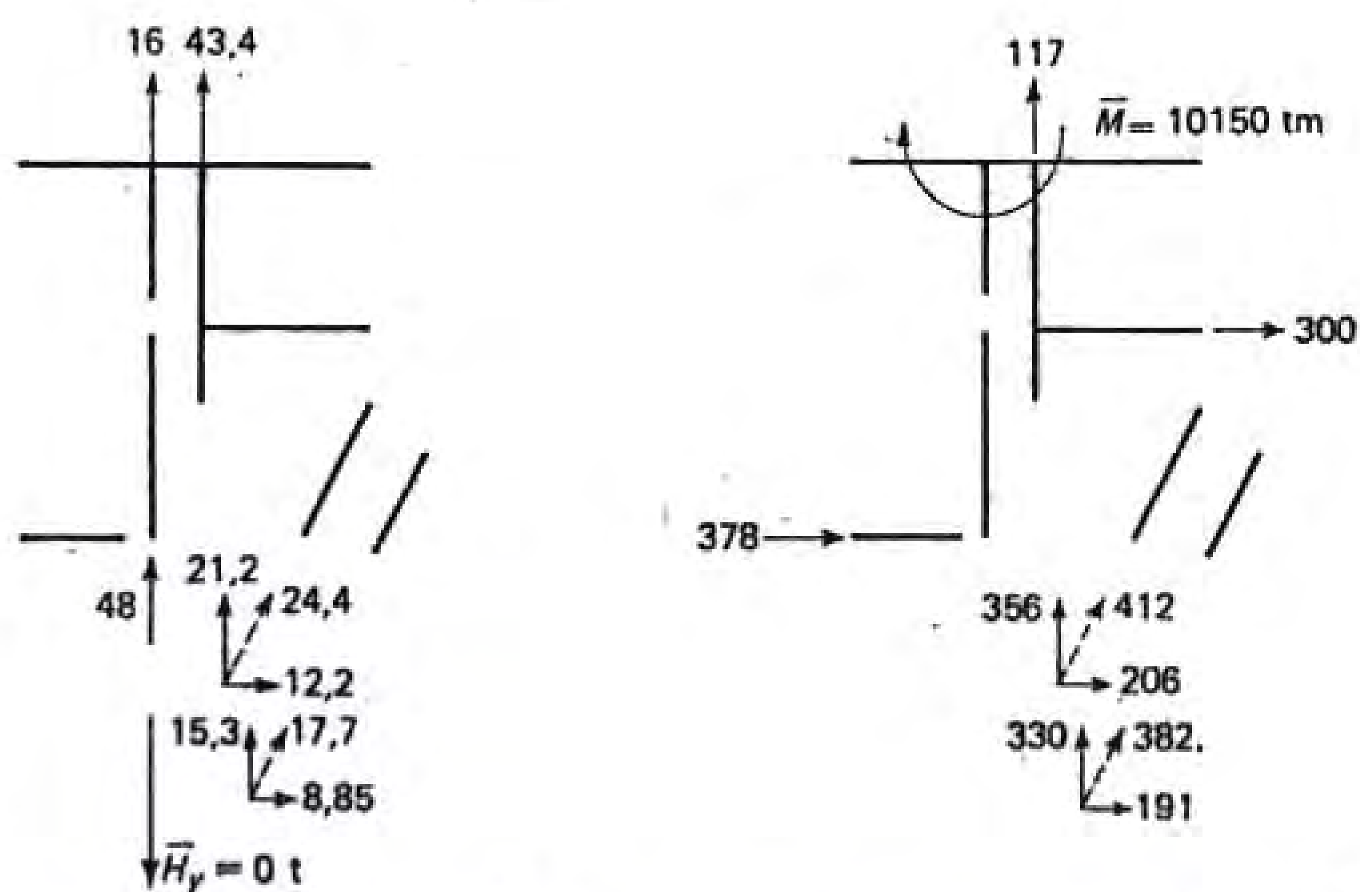
Pour la commodité du calcul un refend non linéaire sera décomposé en deux refends linéaires fictifs, ayant le même centre de gravité que le refend réel, dont les rigidités seront respectivement la rigidité maximale et minimale du refend réel.

Exemple numérique

Un groupe de refends est sollicité par une force horizontale de 1 000 t. Les étapes de cacul sont indiquées dans le tableau B.2 et sur la figure B.17.

Les forces distribuées affectées du signe — agissent dans le sens opposé à celui indiqué sur le dessin (sens envisagé initialement d'une façon arbitraire).





Nota : les forces de rappel selon l'axe Z - Z (rotations) ne sont pas représentées

FIG. B.17 — *Méthode de la rigidité. Exemple numérique.*

www.bouquin.tk

N°	Valeurs de calcul					Force de rappel dirigée selon l'axe propre du refend provoquée par :			Force de rappel provoquée par $\overline{H}_x$ — Projection de la force de rappel selon :			Force de rappel provoquée par $\overline{H}_y$ — Projection de la force de rappel selon :			Force de rappel provoquée par $\overline{M}$ — Projection de la force de rappel selon :		
	I_t	r_t	Φ_t	sin Φ_t	cos Φ_t	$\overline{H}_x$	$\overline{H}_y$	$\overline{M}$	L'axe $X-X$	L'axe $Y-Y$	L'axe $Z-Z$	L'axe $X-X$	L'axe $Y-Y$	L'axe $Z-Z$	L'axe $X-X$	L'axe $Y-Y$	L'axe $Z-Z$
						$I_t \cos \Phi_t$	$I_t \sin \Phi_t$	$I_t r_t$	$I_x = I_t \cos^2 \Phi_t$	$I_{xy} = I_t \cos \Phi_t \sin \Phi_t$	$I_{xz} = I_t r_t \cos \Phi_t$	$I_{yx} = I_t \cos \Phi_t \sin \Phi_t$	$I_y = I_t \sin^2 \Phi_t$	$I_{yz} = I_t r_t \sin \Phi_t$	$I_{zx} = I_t \cos \Phi_t r_t$	$I_{zy} = I_t \sin \Phi_t r_t$	$I_z = I_t r_t^2$
1	107	0	0°	0	1	107	0	0	107	0	0	0	0	0	0	0	0
2	33,4	9,00	0°	0	1	33,4	0	300	33,4	0	300	0	0	0	300	0	2 700
3	18	21,00	0°	0	1	18	0	378	18	0	378	0	0	0	378	0	7 940
4	16	0	90°	1	0	0	16	0	0	0	0	0	16	0	0	0	0
5	43,4	2,70	90°	1	0	0	43,4	117	0	0	0	0	43,4	117	0	117	310
6	28,2	14,60	60°	0,866	0,500	14,1	24,4	412	7,05	12,2	206	12,2	21,2	356	206	356	6 010
7	20,4	18,70	60°	0,866	0,500	10,2	17,7	382	5,1	8,85	191	8,85	15,3	331	191	331	7 140
8	48	0	90°	1	0	0	48	0	0	0	0	0	48	0	0	0	0
									ΣI_x = 170,55	ΣI_{xy} = 21,05	ΣI_{xz} = 1 075	ΣI_{yx} = 21,05	ΣI_y = 143,9	ΣI_{yz} = 804	ΣI_{zx} = 1 075	ΣI_{zy} = 804	ΣI_z = 24 100

$$\left.\begin{array}{l} 170{,}55\ \Delta_x + 21{,}05\ \Delta_y + 1\,075\ \Delta_z = 1\,000 \\ 21{,}05\ \Delta_x + 143{,}9\ \Delta_y + 804\ \Delta_z = 0 \\ 1\,075\ \Delta_x + 804\ \Delta_y + 24\,100\ \Delta_z = 10\,150 \end{array}\right\} \rightarrow \Delta_x = 4{,}19;\ \Delta_y = -2{,}36;\ \Delta_z = 0{,}314$$

$\overline{H}_x = 1\,000$ t
$\overline{H}_y = 0$
$\overline{M} = 10\,150$ tm

N°	Force distribuée dans le refend dirigée selon son axe propre provoquée par : $\overline{H}_x$	$\overline{H}_y$	$\overline{M}$	Force totale distribuée dans le refend
	$I_t \cos \Phi_t \Delta_x$	$I_t \sin \Phi_t \Delta_y$	$I_t r_t \Delta_z$	Σ
1	448	0	0	448 t
2	140	0	94,2	234,2 t
3	75,5	0	118,7	194,2 t
4	0	— 37,8	0	— 37,8 t
5	0	—102,5	36,7	— 65,8 t
6	59,5	— 57,7	129,2	131 t
7	42,7	— 41,8	120,1	121 t
8	0	—113,4	0	—113,4 t

Tableau B.2. — Méthode de la rigidité. Exemple numérique

Il est usuel d'effectuer de tels calculs avec des forces horizontales de 100 t ou 1 000 t; ultérieurement l'effort tranchant et le moment fléchissant réels sont distribués dans les mêmes proportions.

Nota. Comparaison entre les deux méthodes

En général, il est commode d'appliquer la méthode du centre de torsion dans le cas d'un groupe de refends disposés pratiquement tous dans le même sens. Par contre, la méthode de la rigidité est d'une application plus souple dans le cas d'un groupe de refends disposés sans ordre.

B.3.2 - Sollicitations verticales (charges permanentes et utiles)

Les sollicitations provenant des charges permanentes G et utiles P sont distribuées selon les surfaces afférentes des planchers correspondant à chaque refend pris en considération.

En ce qui concerne les éléments porteurs (refends, etc.) la dégression des surcharges s'effectuera conformément au REEF P06-001, qui indique la loi suivante :

Pour le toit ou la terrasse P
Pour le dernier étage P
Pour l'étage immédiatement inférieur $0{,}9\ P$
Pour l'étage immédiatement inférieur $0{,}8\ P$

et ainsi de suite en réduisant de 10 % par étage, jusqu'à $0{,}5\ P$, valeur conservée pour les étages inférieurs suivants.

Pour les avant-projets, l'ordre de grandeur des charges (poids propre + surcharges) peut être obtenu à partir d'une descente des charges approximative en comptant :

1,1 t/m² par étage pour un bâtiment d'habitation,
1,2 t/m² par étage pour un bâtiment à usage administratif.

Remarques

1. Il est à noter que si les charges verticales agissant sur chaque refend ne sont pas centrées, elles provoquent des moments et que les déformations résultant de ces moments doivent vérifier les conditions de comptabilité de déformation au niveau de chaque plancher. Si ces conditions ne sont pas vérifiées, il en résulte une transmission de réactions verticales au niveau de chaque plancher et une redistribution des charges entre les divers refends. Néanmoins, cette vérification est rarement effectuée dans les cas courants (voir aussi § B.6.3).

www.bouquin.tk

2. Il est souhaitable de concevoir un parti architectural tel que les refends assurant le contreventement soient aussi chargés que possible par les charges verticales, afin de réduire les tractions provoquées par l'action du vent. Il est donc raisonnable de prévoir les refends assez près du centre du bâtiment, d'autant plus que les refends formant pignon empêchent la libre dilatation de la construction sous l'effet de la température.

B.4 - Calcul des refends

Chaque refend est calculé sous l'action des charges horizontales et verticales qui lui ont été distribuées afin de déterminer le ferraillage nécessaire pour des sections données. Les refends sans ouvertures ne posent pas de problème particulier, et, en conséquence, ils ne seront pas mentionnés dans les paragraphes qui suivent. Leur calcul est celui d'un mur en béton, armé ou non, de section généralement rectangulaire, soumis à l'action des sollicitations extérieures M, V et H, où $V = G + P$.

B.4.1 - Sollicitations horizontales (vent)

On suppose que la distribution des efforts tranchants H et des moments fléchissants M a été effectuée conformément au § B.3.1.

B.4.1.1 - REFENDS A UNE FILE D'OUVERTURE

On utilise couramment la méthode imaginée par MM. Albiges et Goulet [12], fournissant des abaques pour le calcul pratique de la structure.

Hypothèses

1) Les efforts localisés transmis par les linteaux peuvent être considérés comme répartis le long de la fibre moyenne de chaque élément de refend (un « élément de refend » étant une partie de refend de part ou d'autre de la file d'ouvertures, voir figure B.18).

2) Les éléments de refend subissent le même déplacement horizontal au niveau de chaque étage.

Ces deux hypothèses conduisent à admettre qu'un refend présentant des ouvertures peut être assimilé, du point de vue de la résistance aux efforts horizontaux, à la structure constituée par deux éléments de refend liés par des linteaux uniformément distribués sur la hauteur du bâtiment.

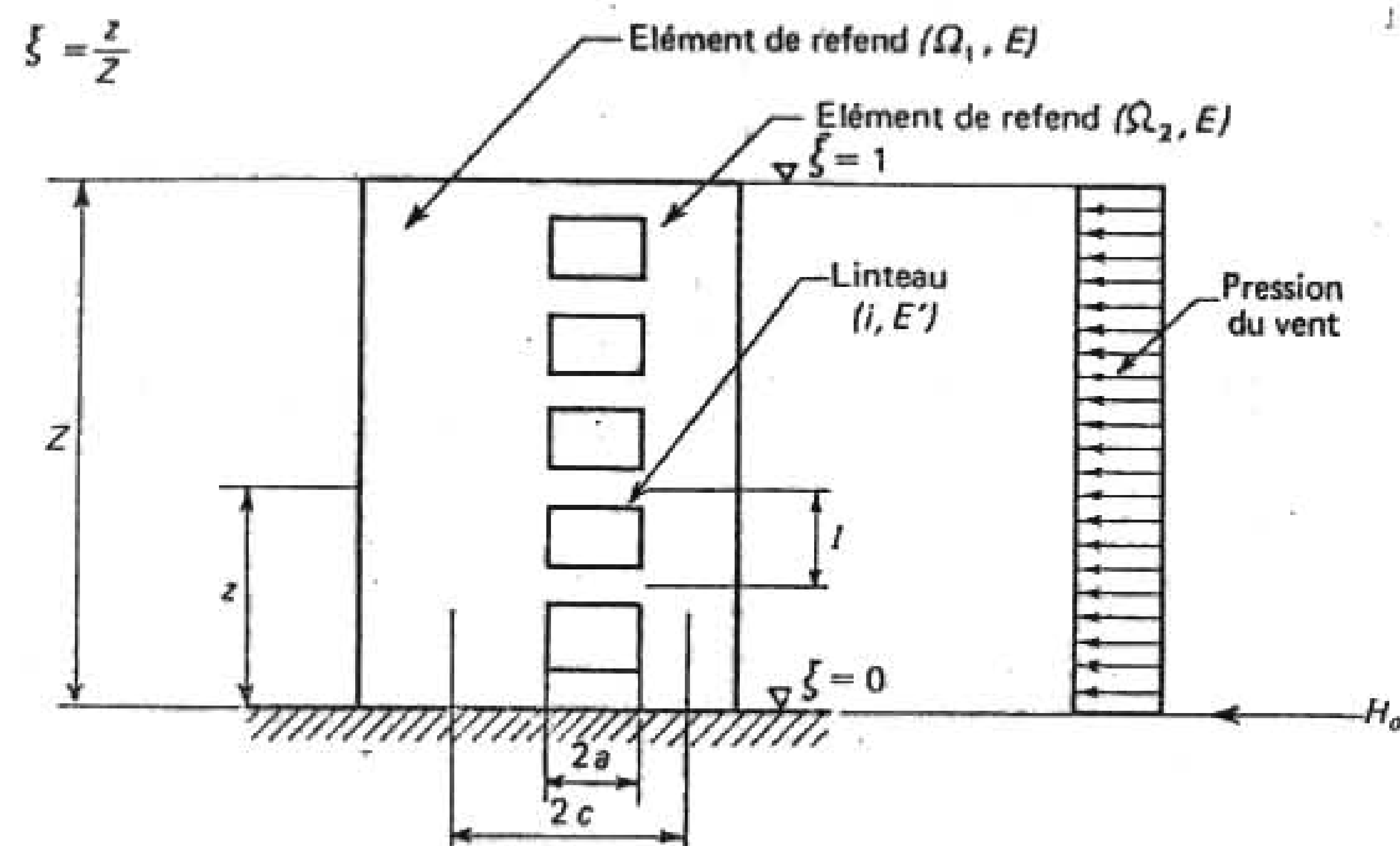


FIG. B.18 — *Refend à une file d'ouvertures.*

On admettra en outre que :

— la pression du vent est constante sur toute la hauteur Z du bâtiment,
— la hauteur d'étage est constante,
— les linteaux qui lient les deux éléments de refend ont tous les mêmes caractéristiques géométriques,
— les linteaux ont une inertie transversale faible vis-à-vis de celle de chacun des éléments de refend.

Notations. Les principales notations utilisées sont définies ci-après :

I = intertie totale du refend,
E = coefficient d'élasticité du matériau constituant le refend,
Ω_1, Ω_2 = aire des éléments de refend 1 et 2,
$m = \dfrac{2c}{\dfrac{1}{\Omega_1} + \dfrac{1}{\Omega_2}}$ = moment statique de chacun des éléments de refend par rapport au centre de gravité de l'ensemble,
i = inertie du linteau,
E' = coefficient d'élasticité du matériau constituant le linteau (généralement $E' = E$),
l = hauteur d'un étage,
Z = hauteur du bâtiment,

www.bouquin.tk

c = demi-distance entre les centres de gravité de deux éléments de refend,
a = demi-portée de l'ouverture,
Π = effort tranchant dans le linteau (sous l'action du vent)
N = effort normal dans chaque élément de refend (sous l'action du vent).

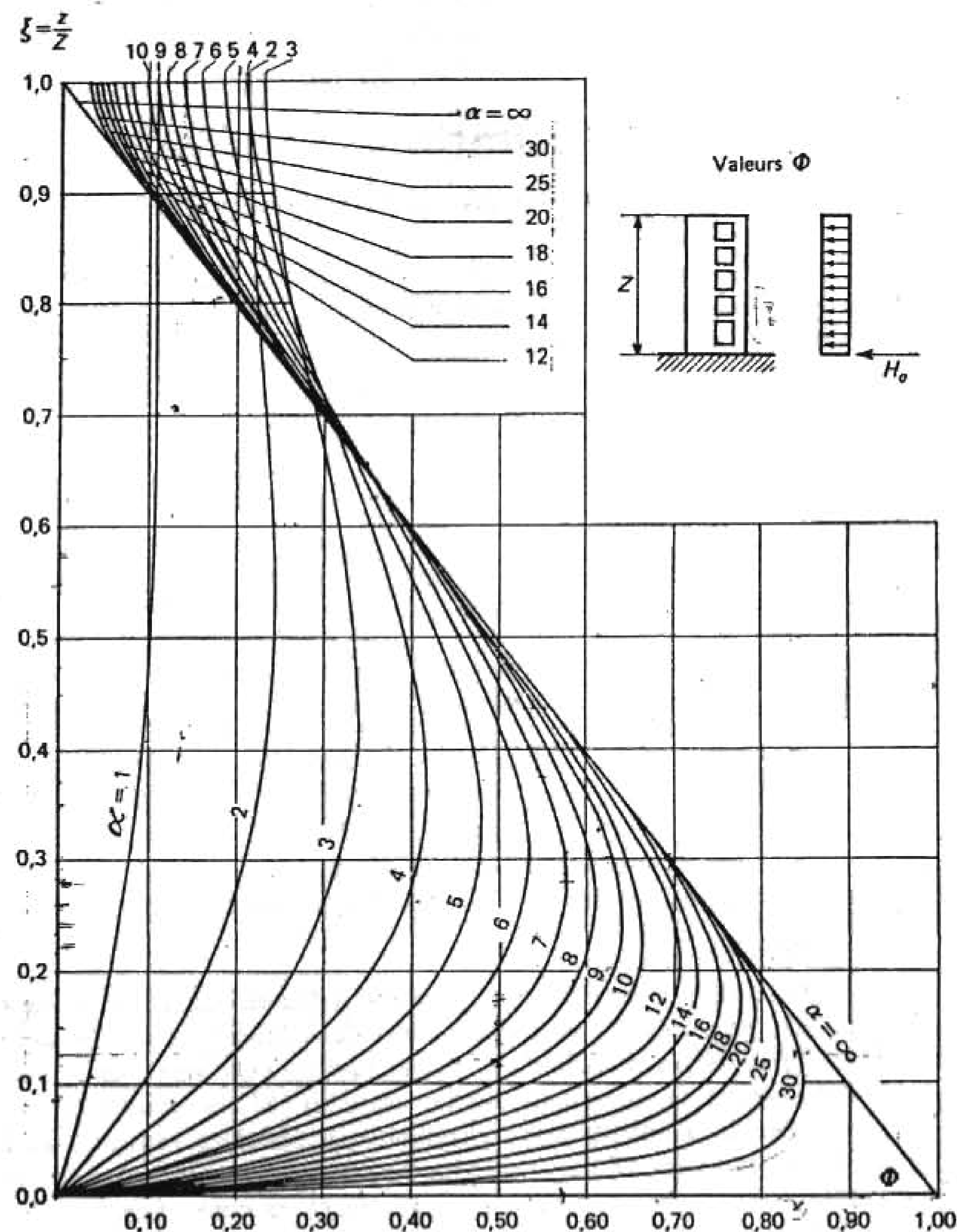


FIG. B.19 — *Abaque utilisé dans le calcul des linteaux.*

Exposé théorique

Le lecteur désireux de connaître les démonstrations des formules utilisées dans le calcul pratique est prié de consulter l'article mentionné ci-dessus [12]. L'objet de cet article est l'évaluation de deux coefficients, désignés par Φ et Ψ, facilitant les études pratiques. Les abaques fournissant les valeurs de Φ et Ψ sont présentées sur les figures B.19 et B.20. Un coefficient auxiliaire désigné par α peut être calculé directement.

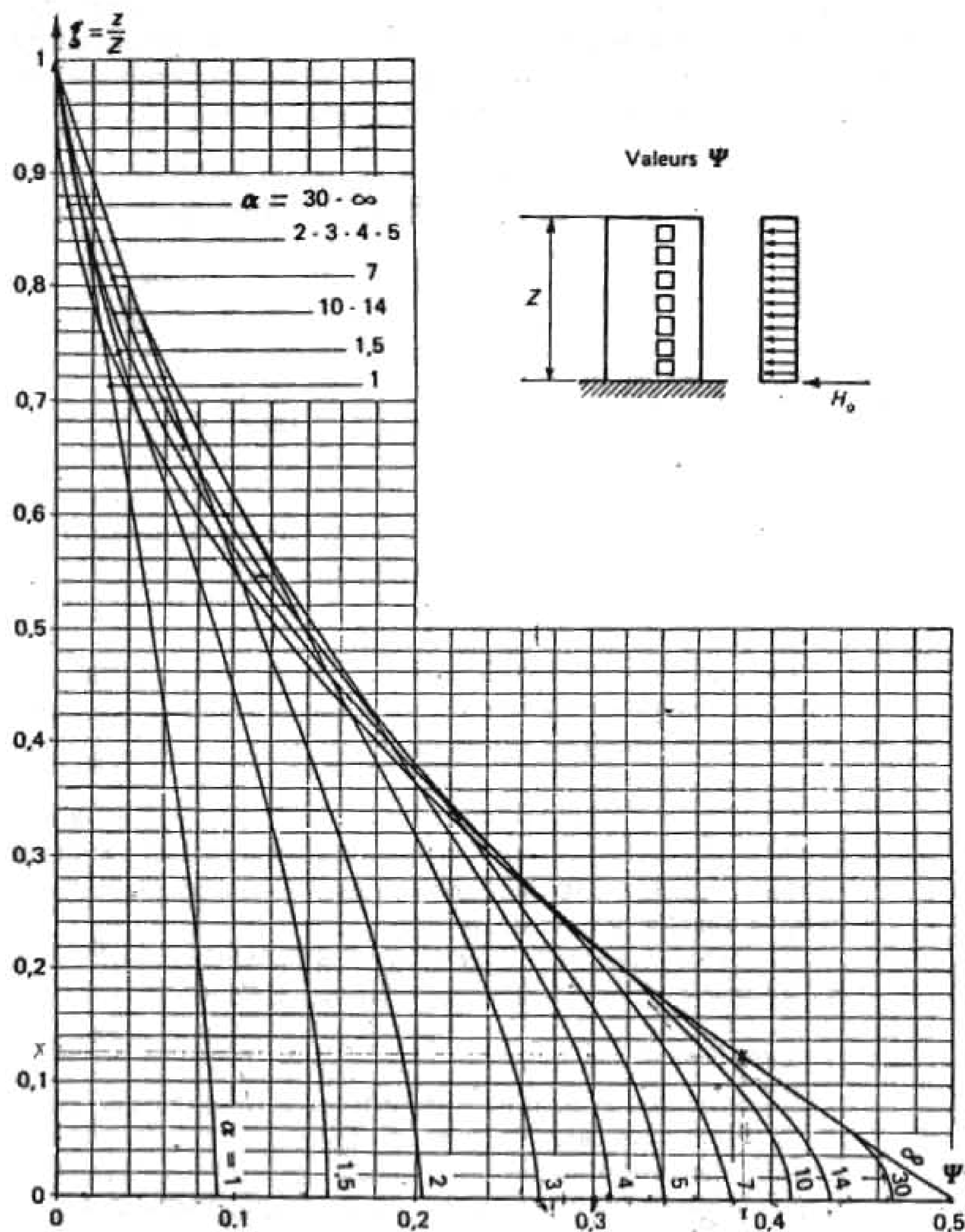


FIG. B.20 — *Abaque utilisé dans le calcul des éléments de refend.*

Etapes de calcul (fig. B.21).

1. Evaluation de la valeur α.

a) Calculer ω^2, puis ω avec la relation :

$$\omega^2 = \frac{3\,E'i}{E\,(I_1 + I_2)} \times \frac{I}{m} \times \frac{c}{a^3\,l}.$$

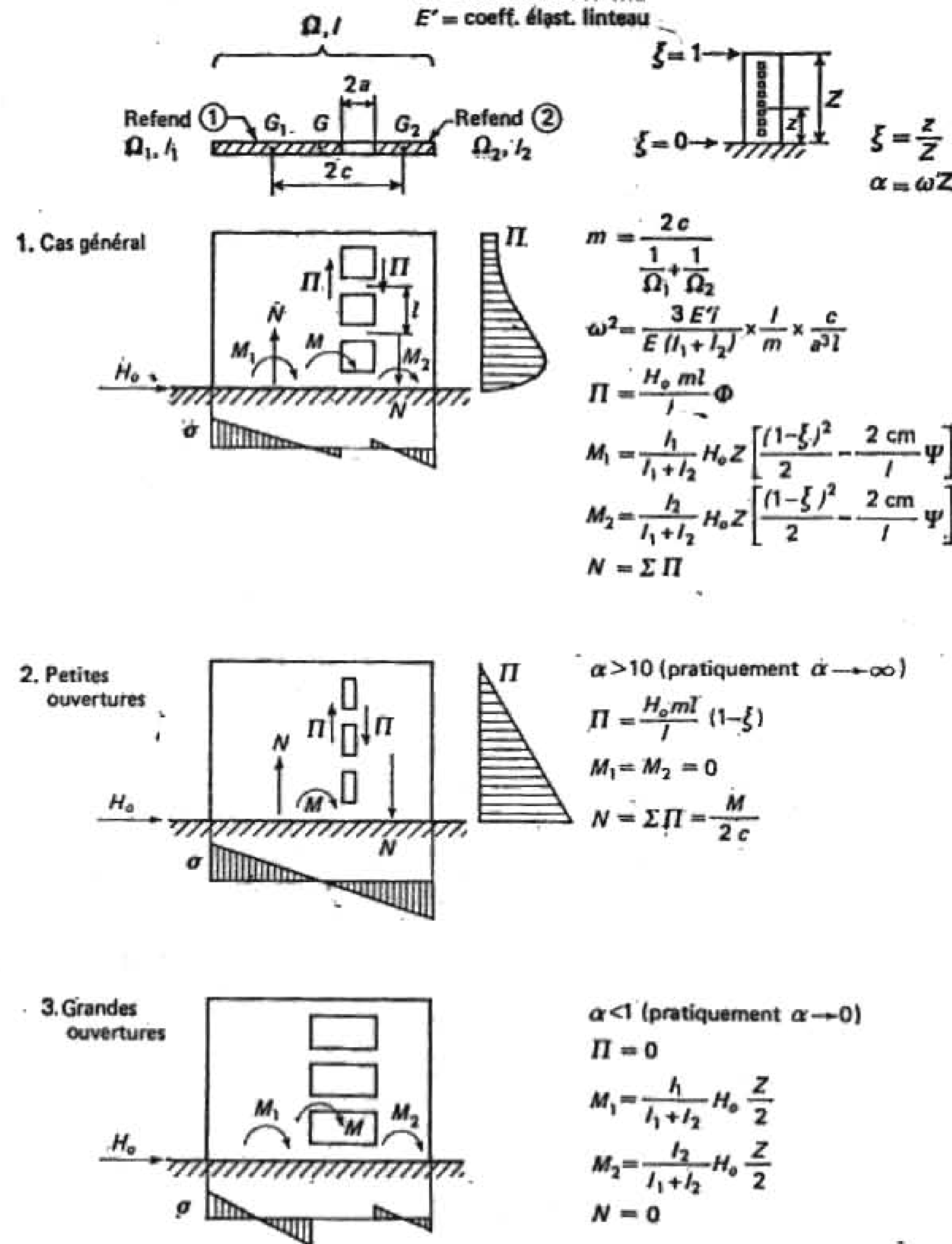


FIG. B.21 — *Calcul pratique des refends à une file d'ouvertures.*

b) Calculer $\alpha = \omega Z$.

Il est à noter que α est une caractéristique géométrique du refend, et que sa valeur ne dépend pas de l'épaisseur du voile; un refend d'épaisseur variable sur la hauteur possède une valeur unique de α.

2. Etude des linteaux (calcul effectué pour chaque linteau).

a) Etablir $\xi = z/Z$.

b) Avec α et ξ, trouver la valeur de Φ sur la figure B.19.

c) Calculer l'effort tranchant à la section d'encastrement du linteau $\Pi = H_o \, ml \, \Phi / I$.

Dans cette relation H_o est l'effort tranchant d'ensemble, distribué par le procédé indiqué au chapitre B.3.1 à la base du refend pris en considération. On peut remarquer que l'évaluation du moment d'ensemble distribué au refend n'est pas nécessaire.

d) Dimensionner le linteau en le considérant comme une poutre encastrée aux extrémités.

Le moment d'encastrement est $M = \Pi \, a$; l'effort tranchant $T = \Pi$. Les efforts provenant du plancher seront superposés.

3. Etude des deux éléments de refend situés de part et d'autre des ouvertures (calculs effectués au droit de chaque linteau).

a) Avec α et ξ, trouver la valeur de Ψ sur la figure B.20.

b) Calculer les moments dans les éléments de refend

$$M_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2} H_o \, Z \left[\frac{(1-\xi)^2}{2} - \frac{2 \text{ cm}}{1} \Psi \right],$$

$$M_2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2} H_o \, Z \left[\frac{(1-\xi)^2}{2} - \frac{2 \text{ cm}}{1} \Psi \right].$$

c) Calculer les forces axiales dans les éléments de refend (provoquées évidemment, uniquement par l'action du vent). A chaque étage on obtient:

$$N = \Sigma \, \Pi$$

($\Sigma \, \Pi$ est la somme des efforts Π à partir du sommet et jusqu'à l'étage considéré).

4. Vérification

Il est conseillé d'effectuer à la base du refend une vérification de l'équilibre extérieur :

$$M = M_1 + M_2 + 2 \, Nc$$

(M est le moment d'ensemble distribué au refend pris en considération; les valeurs de M, M_1, M_2 et N sont celles calculées à la base du refend).

www.bouquin.tk

Cas des petites ouvertures

Quand $\alpha > 10$ on peut considérer que, pratiquement, $\alpha \to \infty$. Les variations de Φ et Π sont linéaires. A la base $\Phi = 1$ et $\Pi = H_o \, ml/I$; au sommet $\Phi = 0$ et $\Pi = 0$. Le refend se comporte comme un mur plein, l'influence des ouvertures ayant un caractère local. On peut donc écrire, en définitive $\Pi = H_o \, ml \, (1 - \xi)/I$. Le calcul de M_1 et M_2 est sans objet.

Cas des grandes ouvertures

Quand $\alpha < 1$ on peut considérer que, pratiquement, $\alpha \to 0$. En conséquence $\Phi = 0$ et $\Pi = 0$. La rigidité des linteaux étant très faible (cas des planchers-dalles par exemple), les deux éléments de refend sont simplement entretoisés par les linteaux, donc assujettis aux mêmes déformations horizontales. La répartition du moment fléchissant est proportionnelle aux inerties des refends ($\Psi = 0$).

$$M_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2} H_o \frac{Z}{2} (1 - \xi)^2 = \frac{I_1}{I_1 + I_2} M,$$

$$M_2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2} H_o \frac{Z}{2} (1 - \xi)^2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2} M.$$

Représentation schématique

La représentation schématique du passage du refend à petites ouvertures au refend à grandes ouvertures est montrée sur la figure B.21.

L'examen des contraintes σ donne une idée du comportement du refend. On voit que les petites ouvertures ne l'affectent pratiquement pas. L'accroissement des dimensions des ouvertures perturbe le comportement du refend, qui se sépare en deux éléments distincts quand ces ouvertures deviennent relativement très grandes.

En ce qui concerne l'effort tranchant Π dans les linteaux, sa valeur diminue généralement au fur et à mesure que les ouvertures augmentent, pour devenir négligeable quand $\alpha < 1$. Ne font exception à cette règle que les linteaux proches du sommet.

Au voisinage de la section d'encastrement, pour $1 \leqslant \alpha \leqslant 10$, on étudie le linteau le plus sollicité situé au niveau correspondant à la valeur de ξ d'environ 0,1 à 0,3, et on ferraille pratiquement d'une manière identique les autres linteaux jusqu'à la base du refend.

En ce qui concerne le diagramme des moments dans les refends, la figure B.22 donne une idée du passage d'un cas à l'autre.

Exceptions

Généralement aux grandes ouvertures correspond une petite valeur de α et aux petites ouvertures une grande valeur de α. Toutefois le contraire peut se produire dans certains cas très particuliers. En effet, α peut être caractérisé comme le *degré de concordance* entre le refend monolithique pour lequel

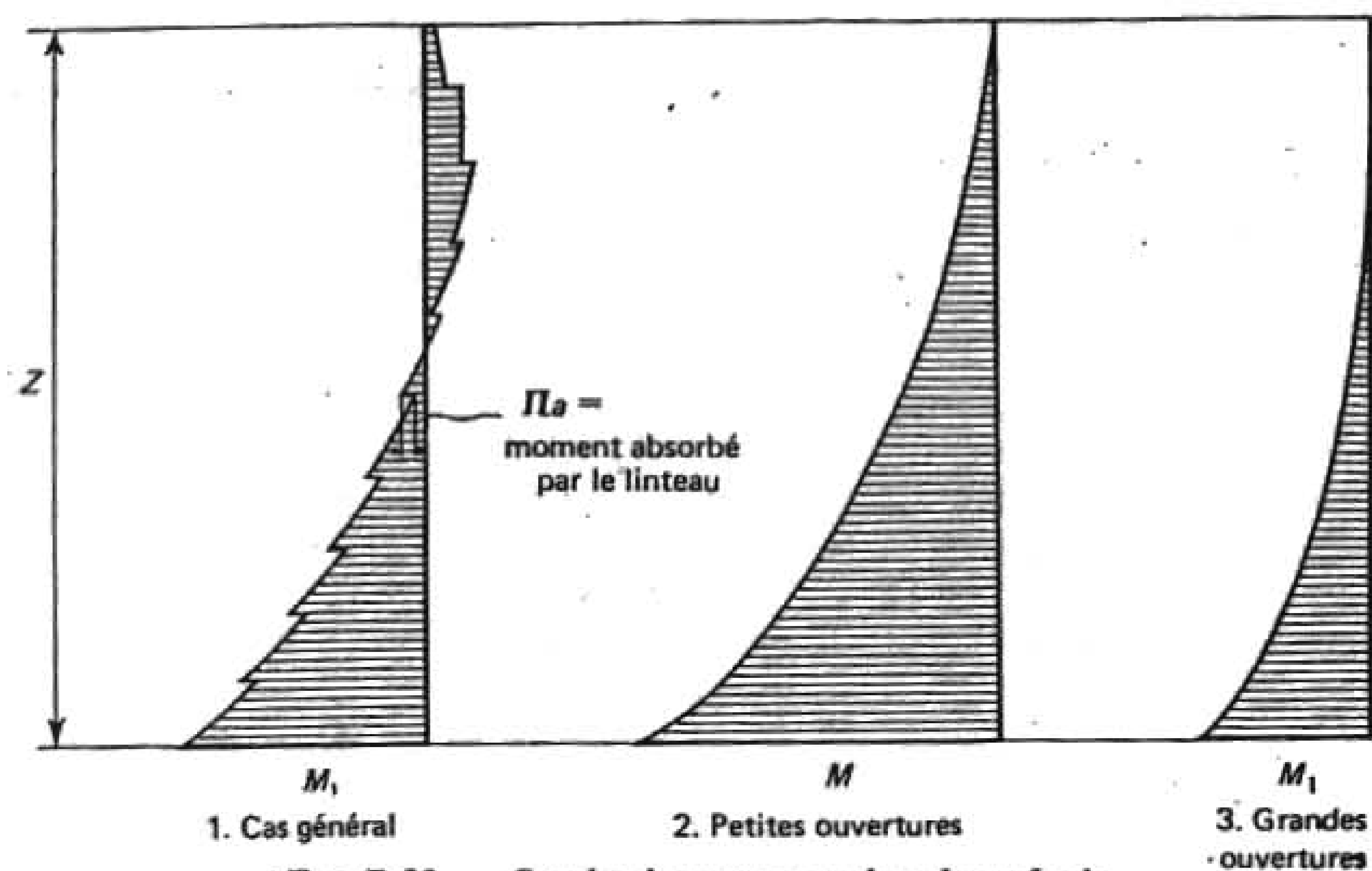
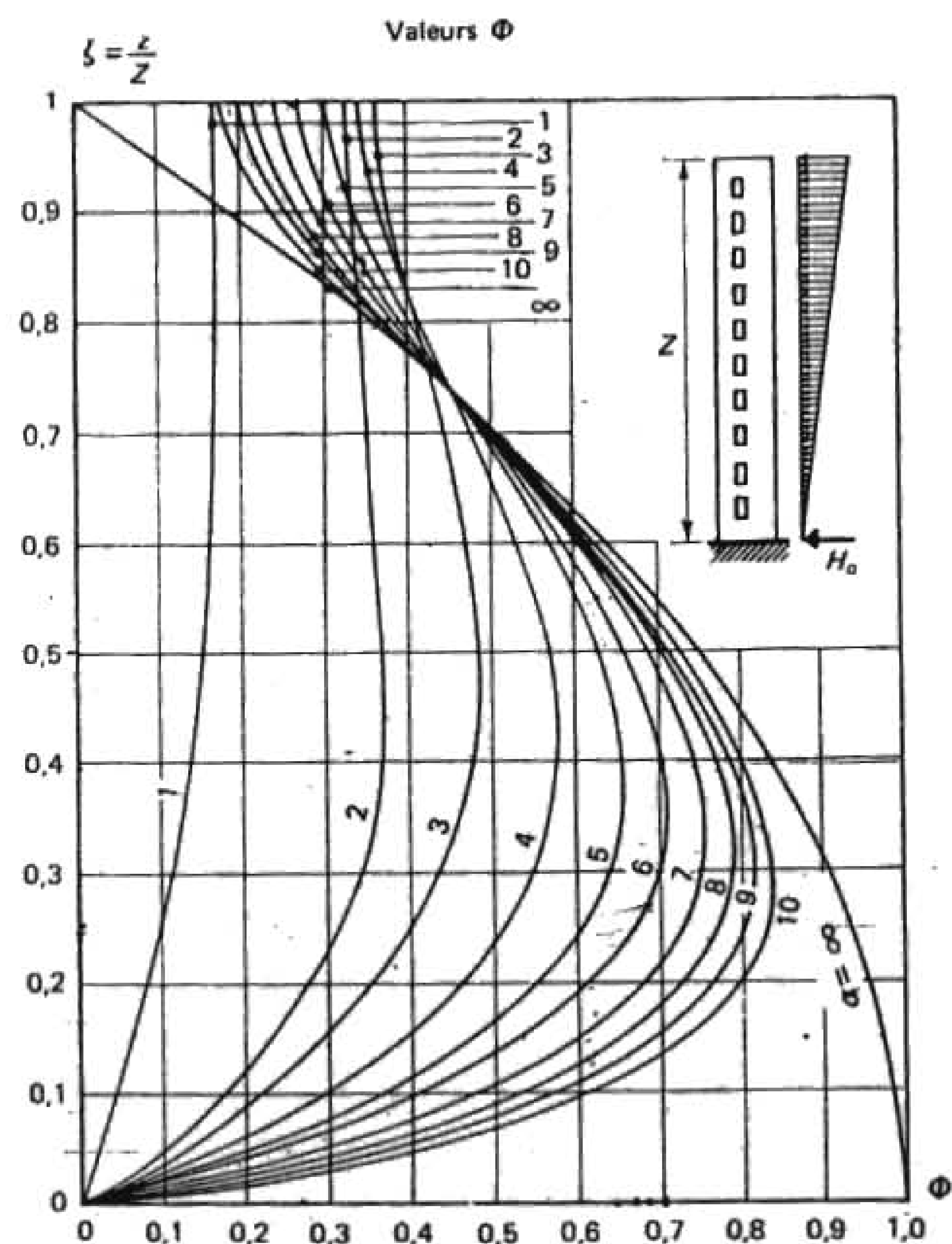


FIG. B.22 — *Courbe des moments dans les refends.*



…tension de la méthode. *Abaque utilisé dans le calcul des linteaux.*

www.bouquin.tk

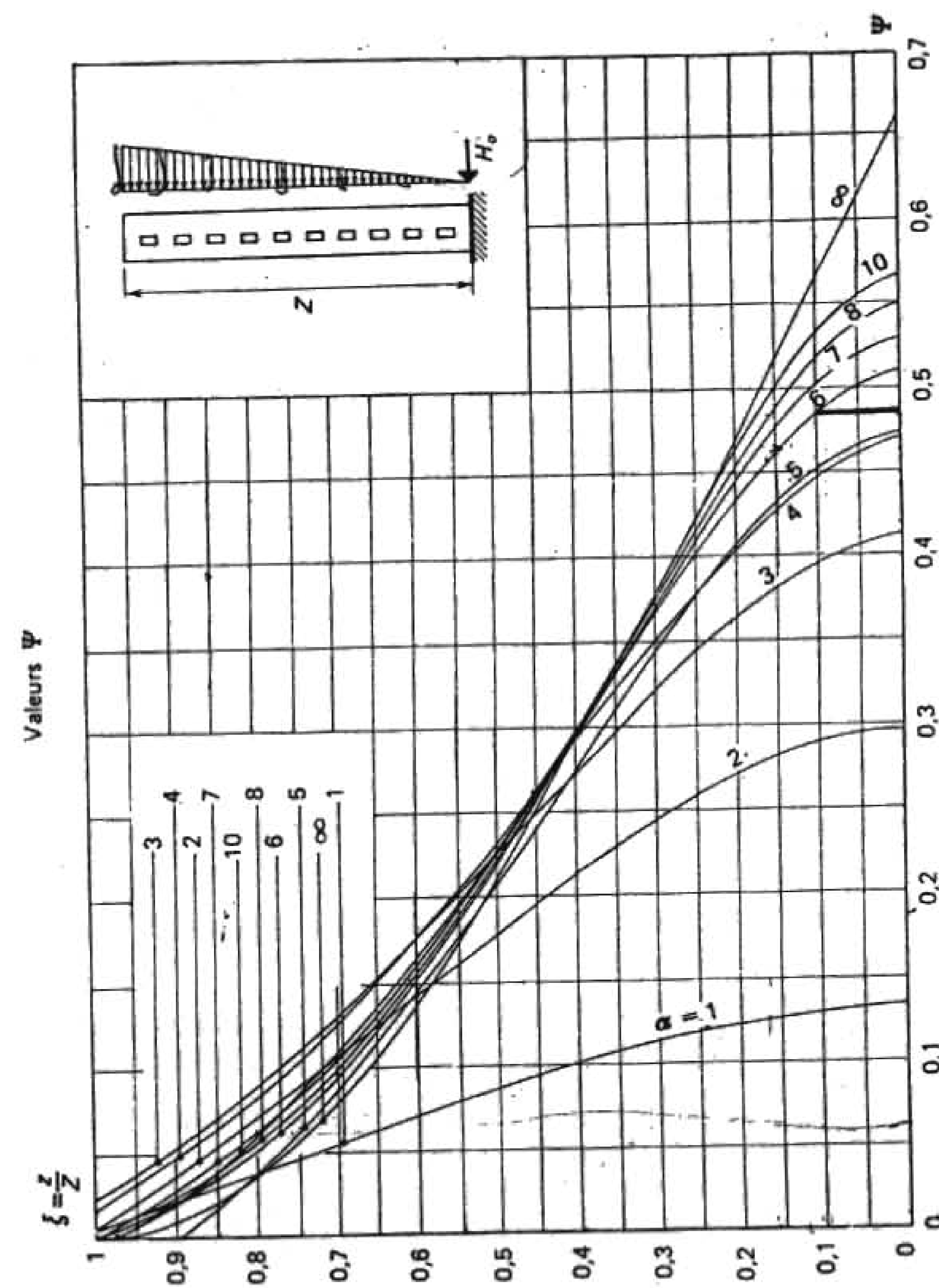


FIG. B.23.b — *Extension de la méthode. Abaque utilisé dans le calcul des éléments de refend.*

$\Pi = f(1 - \xi)$ et le refend réel pour lequel $\Pi = f(\Phi)$. Si $\alpha = \infty$, $\Phi \to (1 - \xi)$. Cette situation limite correspond aux petites ouvertures, mais peut aussi bien se rencontrer dans le cas des refends dont les caractéristiques géométriques sont telles que, par hasard, la valeur des cisaillements est voisine de celle du refend monolithique.

En fait, on peut dire qu'aux petites ouvertures correspond une grande valeur de α, mais que la réciproque n'est pas toujours valable.

Les exceptions mentionnées n'ont pas de répercussions sur le calcul pratique, où l'on peut toujours appliquer la relation générale $\Pi = H\,ml\,\Phi/I$.

Extension de la méthode

Dans [20] les auteurs ont mis au point une extension de la méthode exposée ci-dessus pour le cas de la pression du vent linéaire, nulle à la base et maximale au sommet (fig. B.23).

Les étapes de calcul sont identiques à celles indiquées précédemment pour la pression constante, H_o étant toujours l'effort tranchant à la base du refend.

La pression trapézoïdale du vent, qui se rapproche le plus de la courbe de pression réelle, peut être considérée comme la superposition de deux pressions, constante et linéaire.

Exemple numérique

Le refend indiqué sur la figure accompagnant le tableau B.3 présente les caractéristiques suivantes :

$$\Omega_1 = 2\ \text{m}^2,\ I_1 = 4\ \text{m}^4,$$

$$\Omega_2 = 1{,}60\ \text{m}^2,\ I_2 = 2\ \text{m}^4,$$

$$m = \frac{2\,c}{\dfrac{1}{\Omega_1} + \dfrac{1}{\Omega_2}} = 5{,}42\ \text{m}^3,$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\,mc = 39\ \text{m}^4.$$

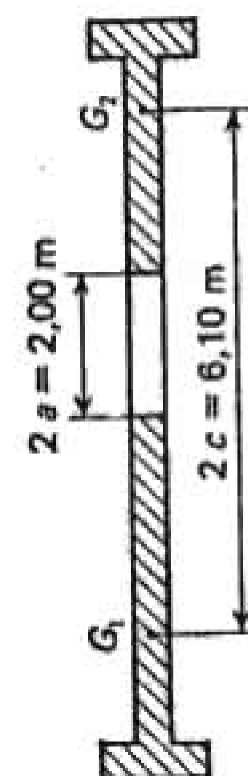
Inertie des linteaux : $i = 0{,}006$ m^4,
Module d'élasticité du béton du refend : $E = 100\,000$ kg/cm^2,
Module d'élasticité du béton du linteau : $E' = 200\,000$ kg/cm^2,
Hauteur de l'étage : $l = 2{,}75$ m,
Hauteur du bâtiment (10 étages) : $Z = 10 \times 2{,}75 = 27{,}5$ m,
Effort tranchant à la base du refend : $H_o = 35{,}4$ t.

$$\Pi = \frac{H_o\,ml}{I}\,\Phi = \frac{35{,}4 \times 5{,}42 \times 2{,}75}{39}\,\Phi = 13{,}5\,\Phi,$$

$$\omega^2 = \frac{3\,E'\,i}{E\,(I_1 + I_2)} \times \frac{I}{m} \times \frac{c}{a^3 l} = 0{,}0479,$$

$$\omega = 0{,}219;\ \alpha = \omega\,Z = 6.$$

www.bouquin.tk



Etage	ξ	Φ	Π	$\frac{(1-\xi)^2}{2}$	Ψ	$\frac{2\,cm}{I}\Psi$	$\frac{(1-\xi)^2}{2} - \frac{2\,cm}{I}\Psi$	M_1	M_2	N
10	1,0	0,162	2,19	0,000	0,000	0,0000	0,0000	0,0	0,0	2,19
9	0,9	0,186	2,51	0,005	0,017	0,0144	−0,0094	−6,1	−3,1	4,70
8	0,8	0,241	3,25	0,020	0,038	0,0322	−0,0122	−7,9	−4,0	7,95
7	0,7	0,312	4,21	0,045	0,066	0,0559	−0,0109	−7,1	−3,5	12,16
6	0,6	0,388	5,24	0,080	0,101	0,0856	−0,0056	−3,6	−1,8	17,40
5	0,5	0,458	6,19	0,125	0,143	0,1211	0,0039	2,5	1,3	23,59
4	0,4	0,514	6,94	0,180	0,192	0,1627	0,0173	11,2	5,6	30,53
3	0,3	0,537	7,25	0,245	0,245	0,2075	0,0375	24,4	12,2	37,78
2	0,2	0,500	6,75	0,320	0,297	0,252	0,068	44,2	22,1	44,53
1	0,1	0,352	4,75	0,405	0,341	0,289	0,116	75,3	37,6	49,28
R.D.C.	0,0	0,000	0,00	0,500	0,361	0,306	0,194	126,0	63,0	49,28

Tableau B.3. — Exemple numérique. Calcul d'un refend à une file d'ouvertures

Les étapes de calcul sont indiquées dans le tableau B.3.

Vérification. Le moment d'ensemble à la base du refend

$$M = H_o Z/2 = 487 \text{ tm.}$$

$$M_1 + M_2 + 2\,Nc = 126 + 63 + 49{,}28 \times 6{,}10 \cong 487 \text{ tm.}$$

L'élément de refend 1 est soumis à la base à une traction $N = 49{,}28$ t et au moment $M_1 = 126$ tm. L'élément de refend 2 est soumis à la base à une compression $N = 49{,}28$ t et au moment $M_2 = 63$ tm.

Le linteau le plus sollicité se trouve au 3e étage. Il est soumis, à la section d'encastrement, à l'action d'un moment $\Pi\, a = 7{,}25 \times 1 = 7{,}25$ tm et d'un effort tranchant $\Pi = 7{,}25$ tm.

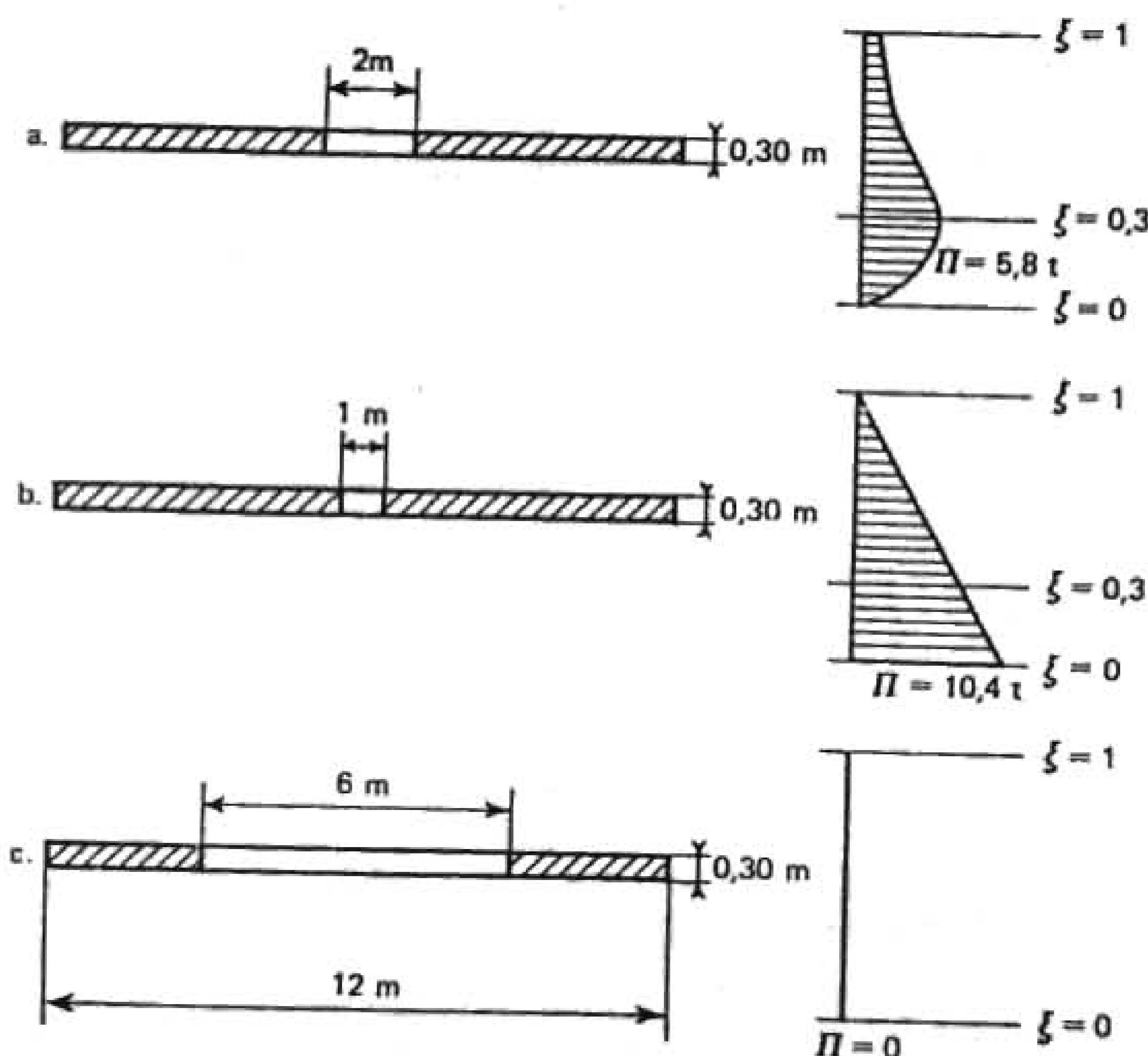


FIG. B.24 — *Exemple numérique. Influence des ouvertures sur la valeur Π.*

Exemple numérique

Considérons le refend indiqué sur la figure B.24, de hauteur $Z = 40$ m, et examinons l'influence des ouvertures sur la valeur de l'effort tranchant Π à la section d'encastrement du linteau.

www.bouquin.tk

(*a*) Pour une ouverture de largeur $2\,a = 2$ m, avec $i = 0{,}006$ m⁴ et $l = 2{,}75$ m, on obtient :

$$\omega^2 = \frac{3\,i}{I_1 + I_2} \times \frac{I}{m} \times \frac{c}{a^3\,l} = \frac{0{,}018}{6{,}24} \times \frac{43}{5{,}25} \times \frac{3{,}5}{1^3 \times 2{,}75} = 0{,}0302,$$

avec $2\,c = 7$ m. On tire $\omega = 0{,}175$, d'où $\alpha = \omega Z = 0{,}175 \times 40 = 7$.

L'effort tranchant $\Pi = H_o\, ml\, \Phi/I$. Avec $H_o = 30$ t, on obtient

$$\Pi = \frac{30 \times 5{,}25 \times 2{,}75}{43}\,\Phi = 10\,\Phi.$$

La valeur maximale de Π se situe au niveau correspondant à $\xi = 0{,}3$; à ce niveau $\Phi = 0{,}58$, d'où $\Pi = 5{,}8$ t.

(*b*) Diminuons la largeur de l'ouverture. Pour $2\,a = 1$ m et $2\,c = 6{,}5$ m on obtient :

$$\omega^2 = \frac{0{,}018}{8{,}30} \times \frac{43}{5{,}40} \times \frac{3{,}25}{0{,}5^3 \times 2{,}75} = 0{,}16,$$

$\omega = 0{,}4$ et $\alpha = 16$.

L'effort tranchant est :

$$\Pi = \frac{H_o\, ml}{I}(1 - \xi) = \frac{30 \times 5{,}4 \times 2{,}75}{43}(1 - \xi) = 10{,}4\,(1 - \xi).$$

Sa valeur maximale est $\Pi = 10{,}4$ t au niveau $\xi = 0$.
Pour $\xi = 0{,}3$ on obtient $\Pi = 7{,}3$ t.

(*c*) Augmentons la largeur de l'ouverture. Pour $2\,a = 6$ m et $2\,c = 9$ m on obtient :

$$\omega^2 = \frac{0{,}018}{1{,}62} \times \frac{43}{4{,}1} \times \frac{4{,}5}{3^3 \times 2{,}75} = 0{,}007.$$

La valeur de α étant plus petite que 1, on considère l'effort tranchant $\Pi = 0$ sur toute la hauteur du bâtiment.

B.4.1.2 - REFENDS A PLUSIEURS FILES D'OUVERTURE

La méthode utilisée pour le calcul des refends à une file d'ouvertures peut être généralisée dans le cas des refends à plusieurs files d'ouvertures (fig. B.25), en négligeant la déformation due aux efforts normaux dans les éléments de refend.

La valeur $\alpha = \omega Z$ est évaluée à partir de

$$\omega^2 = \frac{6\,E'}{E\,(I_1 + I_2 + I_3 + \dots)\,l}\left(\frac{i_1\,c_1^2}{a_1^3} + \frac{i_2\,c_2^2}{a_2^3} + \dots\right) = \frac{6\,E'}{El\,\Sigma I_i}\,\Sigma\left(\frac{i_i\,c_i^2}{a_i^3}\right).$$

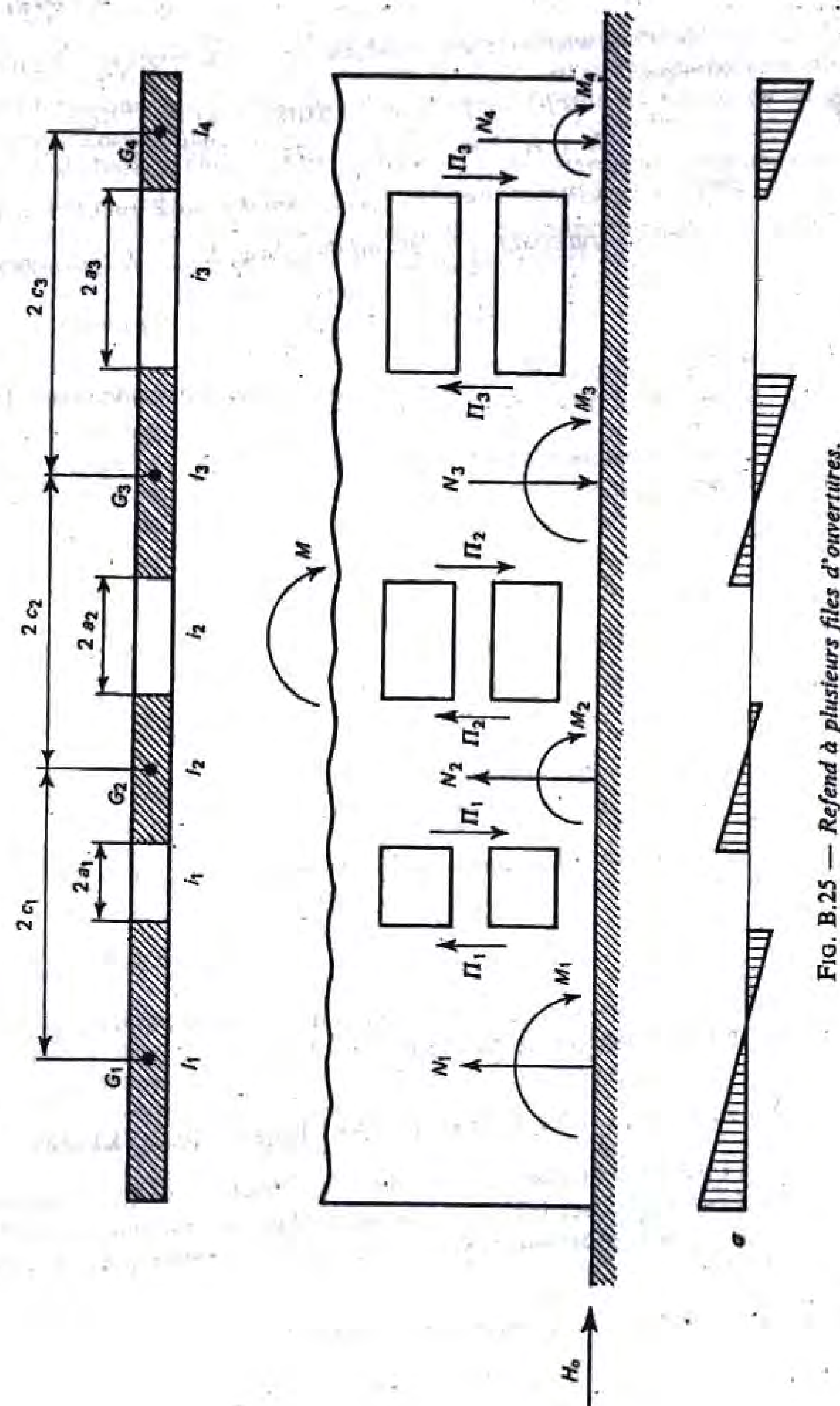


Fig. B.25 — *Refend à plusieurs files d'ouvertures.*

On calcule ensuite pour la première série de linteaux :

$$\Pi_1 = H_o\, l \frac{i_1\, c_1}{2\, a_1^3 \left(\frac{i_1\, c_1^2}{a_1^3} + \frac{i_2\, c_2^2}{a_2^3} + \ldots\right)} \Phi;$$

pour le calcul de Φ on utilise la fig. B.19.

De même on évalue Π_2, Π_3, ..., etc.

Les forces axiales provoquées dans chaque élément de refend par l'action du vent sont :

$$N_1 = \Sigma\, \Pi_1,$$
$$N_2 = \Sigma\, \Pi_2 - \Sigma\, \Pi_1,$$
$$N_3 = \Sigma\, \Pi_3 - \Sigma\, \Pi_2, \text{ etc.},$$

($\Sigma\, \Pi_1$, $\Sigma\, \Pi_2$, etc., étant les sommes des efforts Π à partir du sommet et jusqu'à l'étage considéré).

Enfin, les moments dans les éléments de refend sont évalués approximativement par la formule :

$$M_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2 + I_3 + \ldots} H_o\, Z \left[\frac{(1-\xi)^2}{2} - \Psi\right],$$
$$M_2 = \ldots$$

Pour l'évaluation des valeurs Ψ on utilise la figure B.20.

Comme dans le cas des refends à une file d'ouvertures, il faudra vérifier l'équilibre extérieur par la relation

$$M = M_1 + M_2 + M_3 \ldots + 2\, N_1 (c_1 + c_2 + c_3 + \ldots)$$
$$+ 2\, N_2 (c_2 + c_3 + \ldots) + 2\, N_3 (c_3 + \ldots) + \ldots$$

Cas des petites ouvertures

Les formules précédentes fournissant les valeurs de Π_1, Π_2, Π_3, etc... n'ont pas le caractère général qu'avait la relation

$$\Pi = \frac{H_o\, ml}{I} \Phi$$

dans les cas des refends à une file d'ouvertures.

A cause des approximations effectuées (déformation des éléments de refend provoquée par les efforts normaux considérée comme pratiquement nulle) les valeurs des efforts tranchants Π deviennent peu précises quand les ouvertures sont assez petites. En effet, en appliquant les formules mentionnées pour

plusieurs files d'ouvertures, on peut constater que l'on ne retrouve pas à la limite la valeur exacte

$$\Pi = \frac{H_o\, ml}{I}(1 - \xi)$$

valable pour le refend monolithique.

Dans les grandes lignes on peut dire que les formules pour plusieurs files d'ouvertures fournissent des valeurs Π par excès pour les ouvertures proches des extrémités du refend, et par défaut pour les ouvertures centrales. Sans pouvoir donner d'indications précises, il est conseillé, pour les petites ouvertures d'effectuer deux évaluations de Π, une première avec les formules précédentes et une deuxième avec la relation $\Pi_i = H_o\, m_i\, l\,(1 - \xi)/I$, et d'utiliser dans l'étude une valeur intermédiaire. A titre d'information on peut indiquer que les ouvertures dont la surface ne dépasse pas environ 25 % de la surface totale du refend peuvent être généralement considérées comme des petites ouvertures. Les surfaces mentionnées sont prises en considération en élévation et non pas en coupe transversale. Par ailleurs, si la surface des ouvertures est plus petite qu'environ 10 % de la surface totale du refend, on peut généralement considérer le refend pratiquement monolithique, abandonner les formules pour refends à plusieurs files d'ouvertures, et employer directement la relation $\Pi_i = H_o\, m_i\, l\,(1 - \xi)/I$.

Dans la relation indiquée m_i est le moment statique de l'élément de refend (ou des éléments de refend) qui tend (ou tendent) à glisser par rapport au linteau pris en considération. Le moment statique m_i est calculé par rapport au centre de gravité de l'ensemble des éléments.

Par exemple dans la figure B.25, pour le calcul de Π_2, on évalue m_2 à partir des aires des refends 1 et 2 multipliées par la distance entre leur centre de gravité et le centre de gravité de l'ensemble.

Aussi bien le centre de gravité que le moment d'inertie I de l'ensemble sont évalués en déduisant les aires des ouvertures. L'évaluation des moments M_1, M_2, etc., dans les éléments de refend supposés pratiquement monolithiques est sans objet, l'équilibre extérieur étant assuré conformément à la relation $M = 2\,N_1\,(c_1 + c_2 + c_3 + ...) + 2\,N_2\,(c_2 + c_3 + ...) + 2\,N_3\,(c_3 + ...) + ...$ (le moment extérieur est équilibré par la somme des moments des forces axiales N_i par rapport à un point quelconque).

Nota. Certains auteurs [15] recommandent de considérer un refend à une ou plusieurs files d'ouvertures comme étant pratiquement monolithique si les deux conditions suivantes sont respectées :

— hauteur des linteaux au moins égale à 20 % de la hauteur de l'étage,

— largeur de l'ouverture (ou somme des largeurs des ouvertures) en plan horizontal au plus égale à 15 % de la longueur du refend dans le même plan.

www.bouquin.tk

Cas des grandes ouvertures

Le refend à plusieurs files d'ouvertures de grandes dimensions s'apparente plutôt aux portiques pluriétagés et sera traité comme tel.

Signification du coefficient α

Dans le cas des refends à plusieurs files d'ouvertures le degré de concordance α n'a plus de rapport avec la largeur des ouvertures. Contrairement aux refends à une seule file d'ouvertures, un grand coefficient α correspond souvent aux grandes ouvertures.

Exemple numérique

Reprenons l'étude du refend représenté sur la figure B.24 *a*. Nous supposons qu'à la place d'une seule ouverture centrale le refend présente cette fois trois

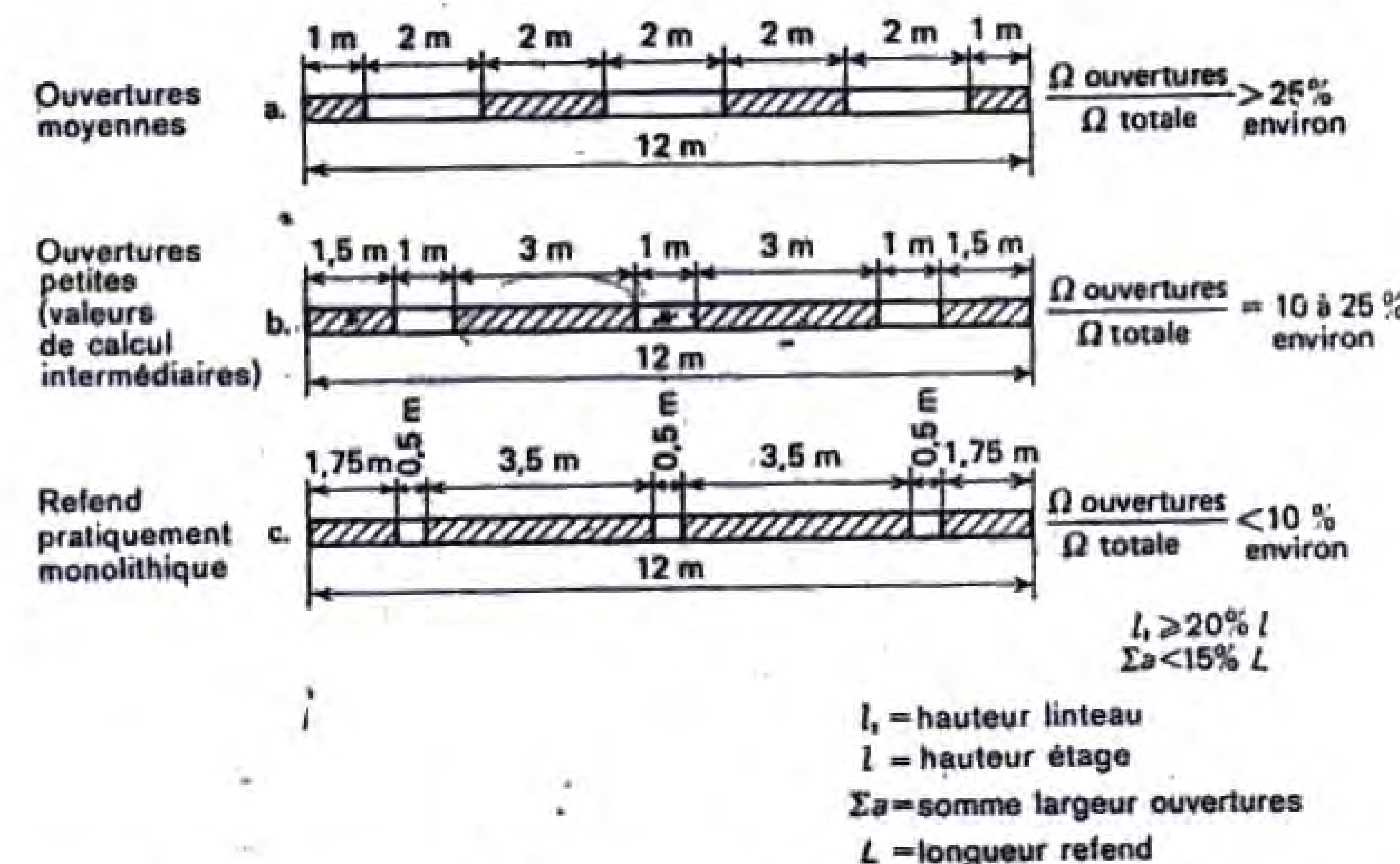


FIG. B.26 — *Exemple numérique. Refend à plusieurs files d'ouvertures.*

ouvertures d'une largeur de 2 m (fig. B.26 *a*), que $E' = E$, $i_1 = i_2 = i_3 = i$, et que le rapport Ω ouvertures/Ω totale $> 25\,\%$. La formule

$$\omega^2 = \frac{6\,i}{I\,\Sigma\,I_i}\,\Sigma\left(\frac{c_i^2}{a_i^3}\right)$$

fournit

$$\omega^2 = \frac{6 \times 0{,}006}{2{,}75 \times 0{,}45}\left(\frac{1{,}75^2}{1^3} + \frac{2^2}{1^3} + \frac{1{,}75^2}{1^3}\right) = 0{,}294.$$

Dans cette formule $\Sigma\,I_i = 2\,I_1 + 2\,I_2 = 2 \times 0{,}025 + 2 \times 0{,}200 = 0{,}45\ \text{m}^4$. Finalement on obtient $\omega = 0{,}54$, d'où $\alpha = 0{,}54 \times 40 = 21{,}6$.

L'effort tranchant

$$\Pi_1 = H_o\, l \frac{c_1}{2\, a_1^3\, \Sigma\left(\frac{c_i^2}{a_i^3}\right)} (\Phi) = 30 \times 2{,}75 \times \frac{1{,}75}{2 \times 1^3 \times 10{,}12} (\Phi) = 7{,}14\ (\Phi);$$

$$\Pi_2 = H_o\, l \frac{c_2}{2\, a_2^3\, \Sigma\left(\frac{c_i^2}{a_i^3}\right)} (\Phi) = 8{,}16\ (\Phi); \quad \Pi_3 = 7{,}14\ (\Phi).$$

Au niveau correspondant à $\xi = 0{,}15$ environ on trouve la valeur maximale $\Phi = 0{,}80$. Les efforts tranchants correspondants sont $\Pi_1 = \Pi_3 = 5{,}70$ t et $\Pi_2 = 6{,}53$ t.

Diminuons la largeur des ouvertures (fig. B.26 *b*), et supposons que le rapport Ω ouvertures/Ω totale se situe entre 10 et 25 % environ. Avec trois cuvertures d'une largeur de 1 m, la formule

$$\omega^2 = \frac{6\, i}{l\, \Sigma\, I_i} \Sigma\left(\frac{c_i^2}{a_i^3}\right)$$

fournit

$$\omega^2 = \frac{6 \times 0{,}006}{2{,}75 \times 1{,}51}\left(\frac{1{,}625^2}{0{,}5^3} + \frac{2^2}{0{,}5^3} + \frac{1{,}625^2}{0{,}5^3}\right) = 0{,}64\,,$$

d'où $\omega = 0{,}8$ et $\alpha = 32$. L'effort tranchant est $\Pi_1 = \Pi_3 = 7{,}25\ \Phi$ et $\Pi_2 = 8{,}9\ \Phi$. Au niveau $\xi = 0{,}1$ environ on trouve la valeur maximale $\Phi = 0{,}86$, d'où $\Pi_1 = \Pi_3 = 6{,}24$ t et $\Pi_2 = 7{,}7$ t.

Si le refend était monolithique on obtiendrait $m_1 = 1{,}5 \times 0{,}3 \times 5{,}25 = 2{,}36\ m^3$ et $m_2 = 2{,}36 + 3 \times 0{,}30 \times 2 = 4{,}16\ m^3$. Avec $I = 38\ m^4$, les efforts tranchants deviennent

$$\Pi_1 = \frac{H_o\, m_1\, l}{I}(1 - \xi) = \frac{30 \times 2{,}36 \times 2{,}75}{38}(1 - \xi) = 5{,}1\ (1 - \xi)$$

et $$\Pi_2 = \frac{H_o\, m_2\, l}{I}(1 - \xi) = \frac{30 \times 4{,}16 \times 2{,}75}{38}(1 - \xi) = 9\quad(1 - \xi).$$

Au niveau $\xi = 0{,}1$ on obtient $\Pi_1 = \Pi_3 = 4{,}6$ t et $\Pi_2 = 8{,}1$ t. A chaque niveau on prendra une valeur intermédiaire; pour $\xi = 0{,}1$ on peut retenir les valeurs $\Pi_1 = \Pi_3 = (6{,}24 + 4{,}60)/2 = 5{,}42$ et $\Pi_2 = (7{,}7 + 8{,}1)/2 = 7{,}9$ t. Diminuons de nouveau la largeur des ouvertures (fig. B.26 *c*). Le refend à trois ouvertures de 0,50 m peut être assimilé à un refend monolithique (rapport Ω ouvertures/Ω totale < 10 % environ). Avec $m_1 = 1{,}75 \times 0{,}30 \times 5{,}1 = 2{,}68\ m^3$, $m_2 = 2{,}68 + 3{,}5 \times 0{,}30 \times 2 = 4{,}78\ m^3$ et $I = 40\ m^4$ on trouve

$$\Pi_1 = \frac{30 \times 2{,}68 \times 2{,}75}{40}(1 - \xi) = 5{,}5\ (1 - \xi)$$

www.bouquin.tk

$$\Pi_2 = \frac{30 \times 4{,}78 \times 2{,}75}{40}(1 - \xi) = 9{,}8\ (1 - \xi).$$

Au niveau $\xi = 0$, les valeurs maximales sont $\Pi_1 = \Pi_3 = 5{,}5$ t et $\Pi_2 = 9{,}8$ t.

B.4.2 - Sollicitations verticales (charges permanentes et utiles)

M. V. Davidovici [21] a étudié l'effet des charges verticales sur les refends à une série d'ouvertures. Il s'agit de charges permanentes ou utiles excentrées, appliquées sur des refends dont les ouvertures sont disposées d'une manière assymétrique par rapport à leur axe.

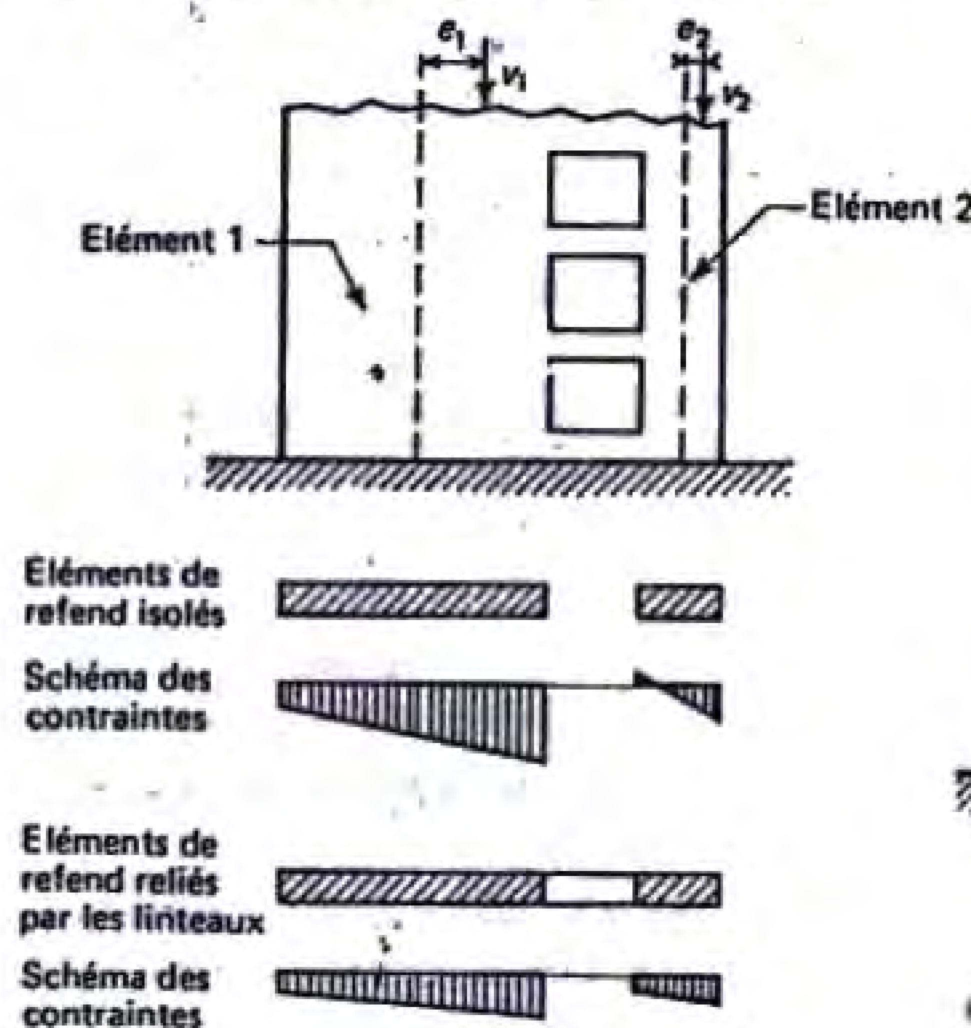


FIG. B.27 — *Comparaison entre l'état des contraintes dans les éléments de refend isolés (situation fictive) et reliés par linteaux (situation réelle).*

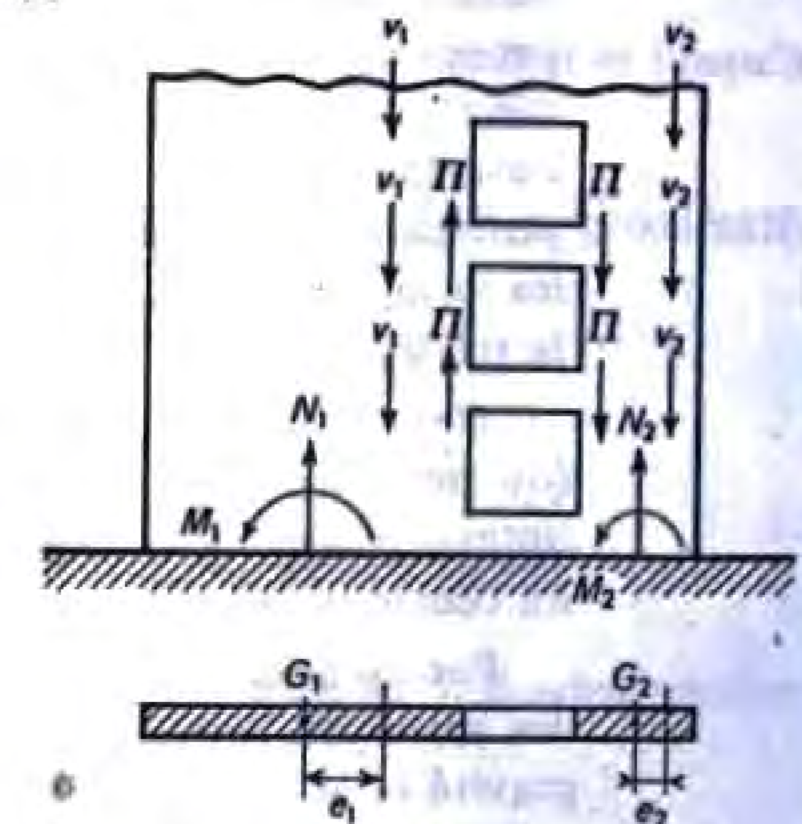


FIG. B.28 — *Refend à une file d'ouvertures sous l'action des charges verticales.*

Le transport de ces charges de leurs points d'application jusqu'aux fondations s'effectue avec l'intervention des linteaux, soumis, de ce fait, aux efforts Π. De plus, la redistribution des efforts dans les éléments de refend engendre des moments M_1 et M_2 ainsi que des forces axiales N_1 et N_2. Sur la figure B.27 on montre schématiquement l'état de contrainte dans les éléments de refend calculés successivement sans tenir compte de la présence des linteaux (deux murs isolés) et en tenant compte de leur présence (méthode de M. Davidovici).

Les forces externes et internes agissant sur le refend calculé d'après la méthode de M. Davidovici sont indiquées sur la figure B.28.

Notations

Les notations indiquées dans le § B.4.1.1 sont conservées. En outre on utili: les notations supplémentaires suivantes :

v_1 = charge verticale due à un étage pour l'élément 1,

v_2 = charge verticale due à un étage pour l'élément 2,

e_1, e_2 = excentricités respectives de v_1 et v_2, positives quand ces efforts foı tourner les sections correspondantes dans le sens des aiguilles d'uı montre.

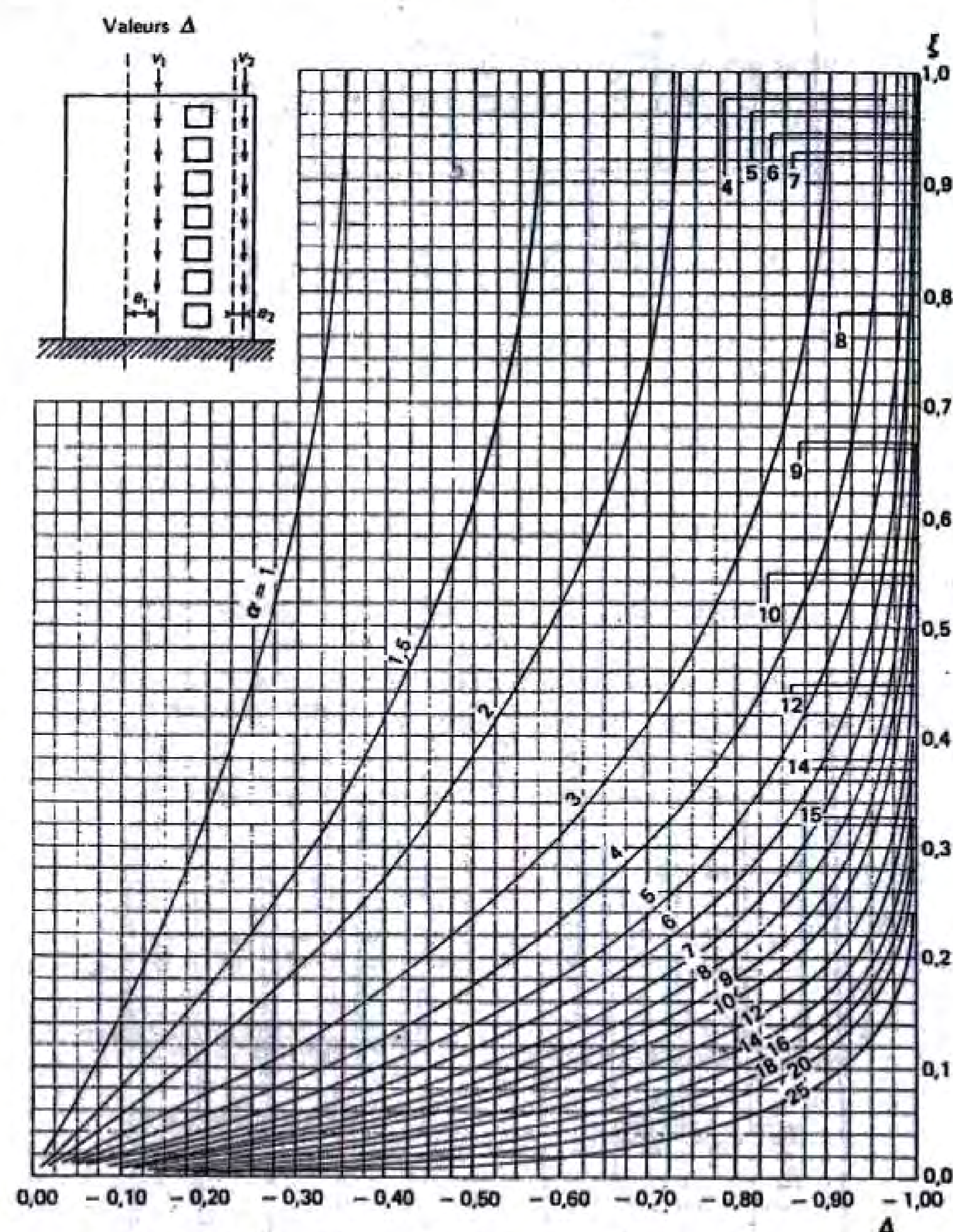


FIG. B.29 — *Abaque utilisé dans le calcul des linteaux.*

Hypothèses

Outre les hypothèses indiquées au § B.4.1.1, on admet que les charges verticales sont réparties uniformément sur la hauteur du bâtiment.

Calcul pratique

Nous nous résumons à un exposé des étapes de calcul pratique, en priant le lecteur intéressé par les développements théoriques de consulter l'article cité.

1. L'évaluation des valeurs caractéristiques du refend ω et α ont été indiquées dans le § B.4.1.1.

2. Etude des linteaux (calcul effectué pour chaque linteau).

a) Calculer la valeur

$$K = \frac{m}{I}\left[v_2\left(-e_2 + \frac{I_1 + I_2}{2c}\frac{1}{\Omega_2}\right) - v_1\left(e_1 + \frac{I_1 + I_2}{2c}\frac{1}{\Omega_1}\right)\right].$$

b) Etablir $\xi = z/Z$.

c) Avec α et ξ trouver la valeur de Δ sur la figure B.29.

d) Calculer l'effort tranchant à l'encastrement du linteau $\Pi = K\Delta$. La valeur Δ est fonction de α et ξ.

3. Etude des deux éléments de refend situés de part et d'autre des ouvertures (calculs effectués au droit de chaque linteau).

a) Avec α et ξ trouver la valeur de Γ sur la figure B.30.

b) Calculer les moments dans les éléments de refend (provoqués, évidemment, uniquement par les charges verticales).

$$M_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2}\frac{Z}{l}\left[(1 - \xi)(v_1 e_1 + v_2 e_2) - 2Kc\Gamma\right],$$

$$M_2 \doteq \frac{I_2}{I_1 + I_2}\frac{Z}{l}\left[(1 - \xi)(v_1 e_1 + v_2 e_2) - 2Kc\Gamma\right].$$

c) Calculer les forces axiales dans les éléments de refend :

$$N_1 = \frac{Z}{l}\left[-v_1(1 - \xi) + K\Gamma\right],$$

$$N_2 = \frac{Z}{l}\left[-v_2(1 - \xi) - K\Gamma\right].$$

4. Vérification

Il est conseillé d'effectuer à la base du refend une vérification de l'équilibre extérieur :

$$N_1 + N_2 = \Sigma v_1 + \Sigma v_2$$

(où N_1 et N_2 ont les valeurs calculées à la base du refend; $\Sigma v_1 + \Sigma v_2$ est la somme des charges verticales extérieures appliquées au refend). En outre, la somme des moments produits par Σv_1, Σv_2, M_1, M_2, N_1 et N_2 par rapport à un point doit être nulle (M_1, M_2, N_1, N_2 à la base du refend).

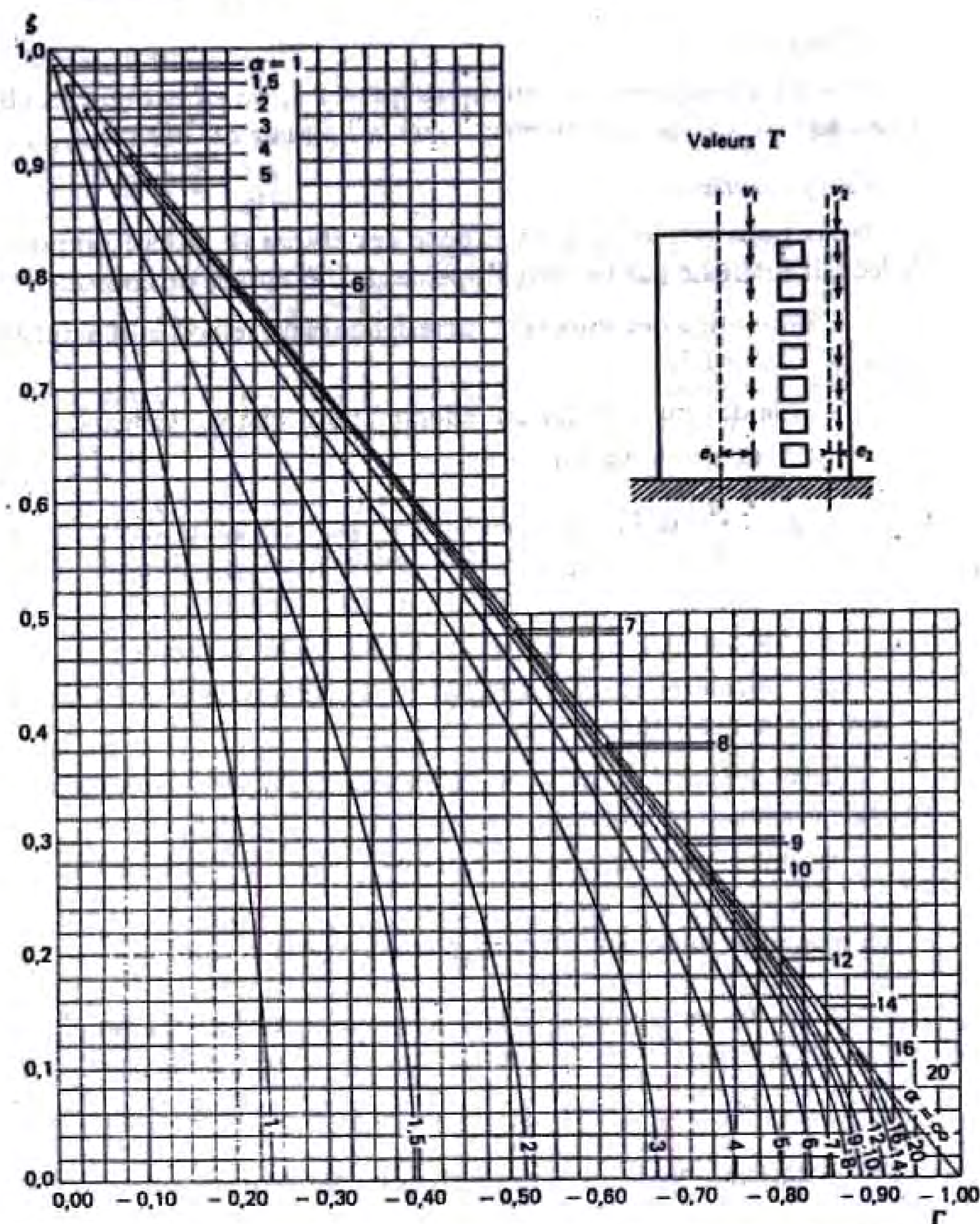


Fig. B.30 — *Abaque utilisé dans le calcul des éléments de refend.*

Exemple numérique

Considérons le refend étudié précédemment sous l'action du vent (tableau B.3) et supposons qu'il soit soumis aux charges verticales suivantes :

v_1 = 30 tonnes par étage avec e_1 = 0,50 m

v_2 = 20 tonnes par étage avec e_2 = 1,00 m

$$K = \frac{m}{I}\left[v_2\left(-e_2 + \frac{I_1 + I_2}{2c}\frac{1}{\Omega_2}\right) - v_1\left(e_1 + \frac{I_1 + I_2}{2c}\frac{1}{\Omega_1}\right)\right] = -3{,}98.$$

www.bouquin.tk

Etage	ξ	Δ	Π	Γ	M_1	M_2	N_1	N_2
10	1,0	—0,998	3,97	0,0	0	0	0	0
9	0,9	—0,995	3,96	—0,10	7,25	3,62	— 26	— 24
8	0,8	—0,990	3,94	—0,20	14,6	7,3	— 52	— 48
7	0,7	—0,985	3,92	—0,29	23	11,5	— 78,5	— 71,5
6	0,6	—0,970	3,86	—0,40	28,8	14,4	—104,1	— 95,9
5	0,5	—0,950	3,78	—0,49	37	18,5	—130,5	—119,5
4	0,4	—0,910	3,62	—0,58	46	23	— 57	—143
3	0,3	—0,830	3,30	—0,67	55	27,5	—183,3	—166,7
2	0,2	—0,690	2,75	—0,75	66	33	—210,2	—189,8
1	0,1	—0,450	1,78	—0,805	80	40	—238	—212
R.D.C.	0,0	0,0	0	—0,830	100	50	—267	—233

Tableau B.4. — Eléments de refend soumis uniquement à l'action de charges verticales

Les valeurs de $\omega = 0{,}219$ et $\alpha = 6$ restent les mêmes que dans l'exemple précédent.

Les calculs permettant l'évaluation des efforts tranchants dans les linteaux, des moments et des efforts normaux dans les éléments de refend sont figurés dans le tableau B.4.

— Vérification de l'équilibre extérieur.

Equilibre des forces extérieures :

$N_1 + N_2 - \Sigma\, v_1 - \Sigma\, v_2 = 0$, soit $267 + 233 - 10 \times 20 - 10 \times 30 = 0$.

Equilibre des moments par rapport à G_1 :

$$M_1 + M_2 + 2\,c\,N_2 - \Sigma\, v_1\, e_1 - \Sigma\, v_2\,(2\,c + e_2) = 0;$$

$$\text{soit } 50 + 100 + 233 \times 6{,}10 - 300 \times 0{,}5 - 200 \times 7{,}1 = 0.$$

B.5 - Inertie équivalente

L'introduction de la notion d'inertie équivalente permet, par un artifice de calcul, d'assimiler les refends avec ouvertures aux refends linéaires pleins. Pour la distribution des efforts du vent (§ B.3) il suffit de remplacer chaque refend avec ouvertures par un refend fictif dont l'inertie équivalente est évaluée comme suit.

Par définition, nous appellerons « inertie équivalente » I_e du refend considéré, l'inertie d'un refend linéaire plein fictif qui, soumis au même effort horizontal, uniformément réparti sur la hauteur du bâtiment, présenterait à son sommet une flèche égale à celle du refend avec ouvertures [1].

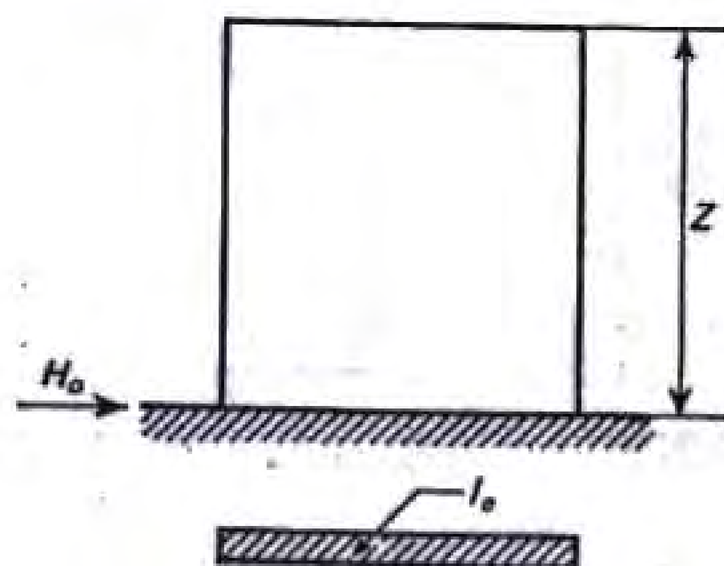


Fig. B.31 — *Refend fictif.*

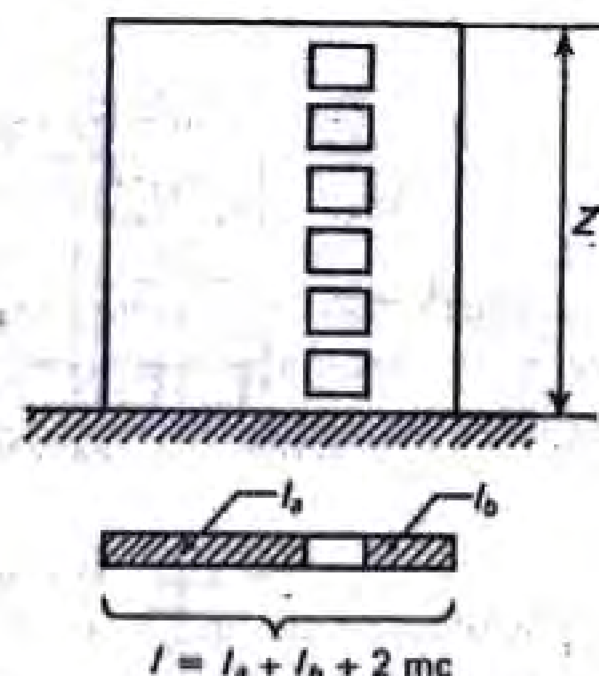


Fig. B.32 — *Refend à une file d'ouvertures.*

La flèche de ce refend fictif est (fig. B.31) :

$$f = \frac{H_o\, Z^3}{8\, E\, I_e} \qquad \text{(B.13)}$$

où H_o est l'effort tranchant à la base du refend.

B.5.1 - Refends avec une file d'ouvertures symétriques ou non symétriques (fig. B.32)

On démontre [12] que la flèche au sommet d'un refend avec une série d'ouvertures est :

$$f = \frac{H_o\, Z^3}{E\,(I_a + I_b)}\,\frac{2\,mc}{I}\,\frac{\Psi_o}{\alpha^2} + \frac{H_o\, Z^3}{8\, E\, I}. \qquad \text{(B.14)}$$

De l'égalité des expressions (B.13) et (B.14) on obtient :

$$I_e = \frac{I}{\dfrac{16\, mc}{(I_a + I_b)}\,\dfrac{\Psi_o}{\alpha^2} + 1}$$

où : $I = I_a + I_b + 2\,mc$, et $\Psi_o = \Psi$ à la côte 0 (abaque fig. B.20).

B.5.2 - Refends à plusieurs files d'ouvertures symétriques ou non symétriques (fig. B.33)

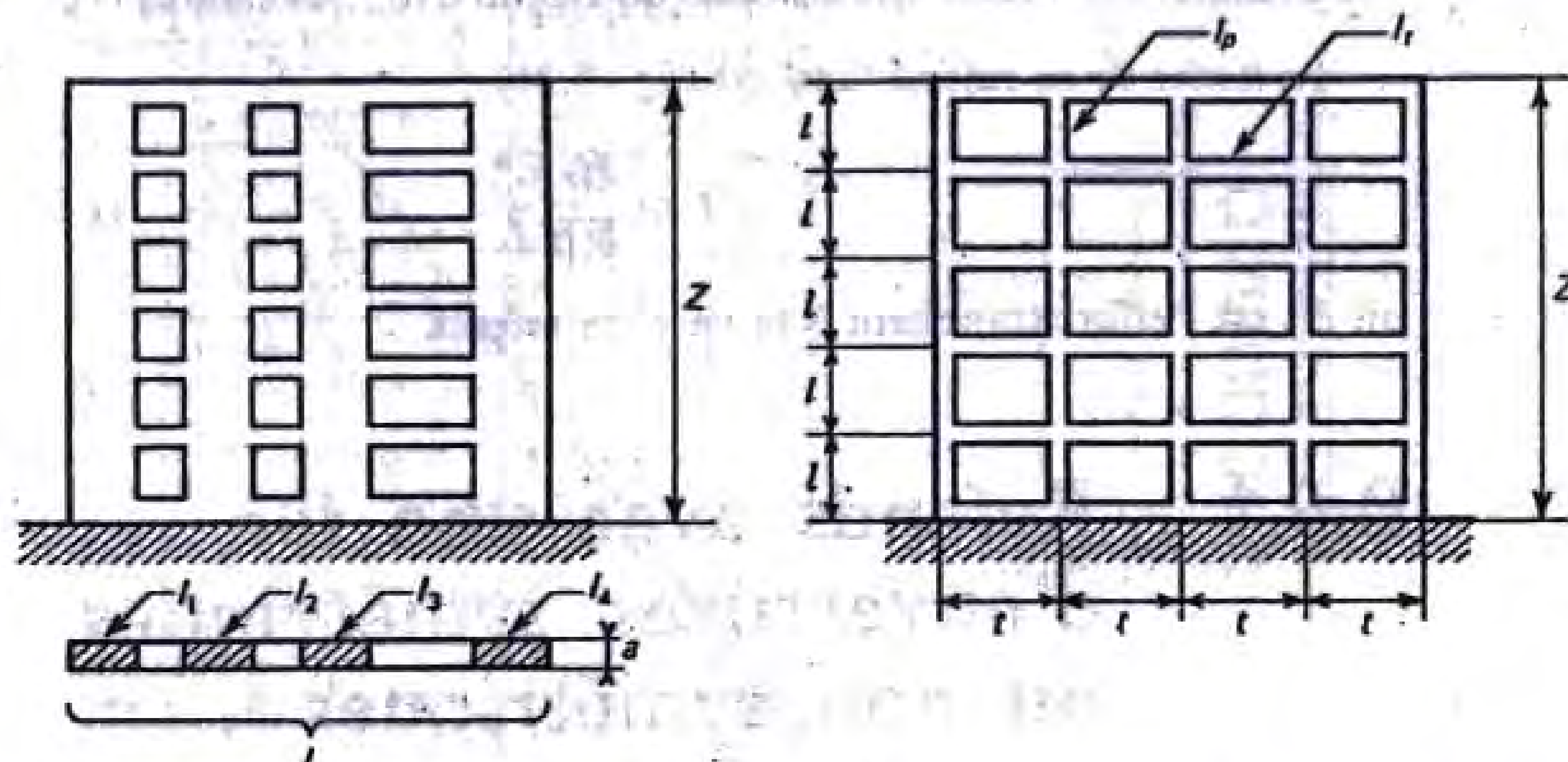
La valeur approchée de la flèche au sommet est :

$$f = \frac{H_o\, Z^3}{E\,(I_1 + I_2 + \ldots)}\,\frac{\Psi_o}{\alpha^2} + \frac{H_o\, Z^3}{8\, E\, I}$$

---

[1] Une récente étude de M. Guillot, chef du service de l'informatique de la SOCOTEC, démontre que, dans la plupart des cas courants, on obtient une précision accrue en définissant l'inertie équivalente comme étant l'inertie du refend plein fictif qui, soumis au même effort horizontal, présenterait *à la cote* $\xi = 0{,}8$ une flèche égale à celle du refend avec ouvertures.

où I_1, I_2, etc., sont les moments d'inertie de chaque élément de refend entre les ouvertures, et I est le moment d'inertie du refend complet (dans le calcul de I on tient compte de la présence des ouvertures).



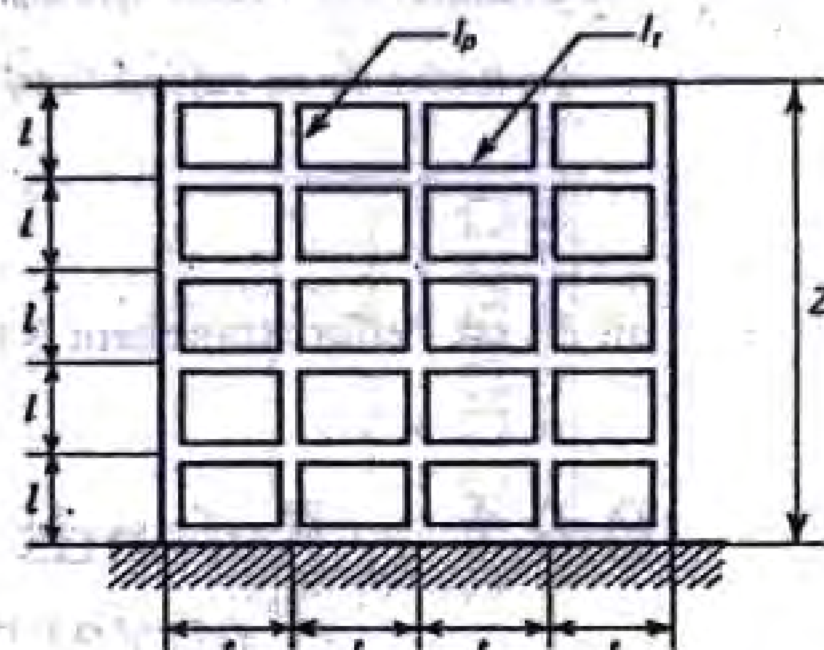


FIG. B.33 — *Refend à plusieurs files d'ouvertures.*

FIG. B.34 — *Portique symétrique.*

Le moment d'inertie équivalent est :

$$I_e = \frac{I}{\dfrac{8\,I}{(I_1 + I_2 + \ldots)}\,\dfrac{\Psi_0}{\alpha^2} + 1}.$$

B.5.3 - Portique symétrique (fig. B.34)

A la limite, le refend à plusieurs files d'ouvertures se transforme en portique, les éléments de refend et les linteaux devenant respectivement des poteaux et des poutres. Le portique symétrique, ayant n niveaux de hauteur l et p files de poteaux, la distance entre les poteaux étant t, peut être assimilé à un refend ayant l'inertie équivalente :

$$I_e = 3\,\frac{n\,Z\,(p - 0{,}4)}{\left(\dfrac{l}{I_p} + \dfrac{t}{I_t}\right)}$$

où I_p est l'inertie d'un poteau (dans le plan du portique) et I_t l'inertie d'une poutre. Les poteaux et les poutres ont la même inertie sur toute la hauteur de la construction.

Pour des renseignements supplémentaires voir [22].

www.bouquin.tk

Remarque

L'application de la méthode de l'inertie équivalente aux portiques conduit à des résultats d'autant plus approximatifs que le portique est élastique.

Dans le cas des portiques très flexibles il est préférable d'utiliser la méthode exposée au § B.8.

B.5.4 - Portique symétrique ayant des linteaux rigides par rapport aux poteaux (fig. B.35)

Si les linteaux (poutres) peuvent être considérés infiniment rigides par rapport aux poteaux, on peut utiliser la relation suivante :

$$I_e = \frac{3\,pn^2}{\lambda^3}\,I_p$$

où $\lambda = l'/l$, l' étant la hauteur réelle du poteau entre les linteaux, p et n ayant la même signification qu'au § B.5.3.

La formule n'est applicable que si $p \geqslant 8$. Ce cas se rencontre fréquemment dans les façades porteuses, constituées parfois d'éléments préfabriqués.

Nota. Le cas des poteaux rigides par rapport aux linteaux n'est pas à prendre en compte, chaque poteau se comportant, du point de vue du contreventement, comme un élément isolé. Ce cas peut se rencontrer quand, à cause des exigences du parti architectural, la retombée du linteau est éliminée pour ne conserver que la dalle. Il est entendu qu'il s'agit de bâtiments courants, avec une dalle assez mince, et des ouvertures relativement grandes par rapport à la hauteur de l'étage.

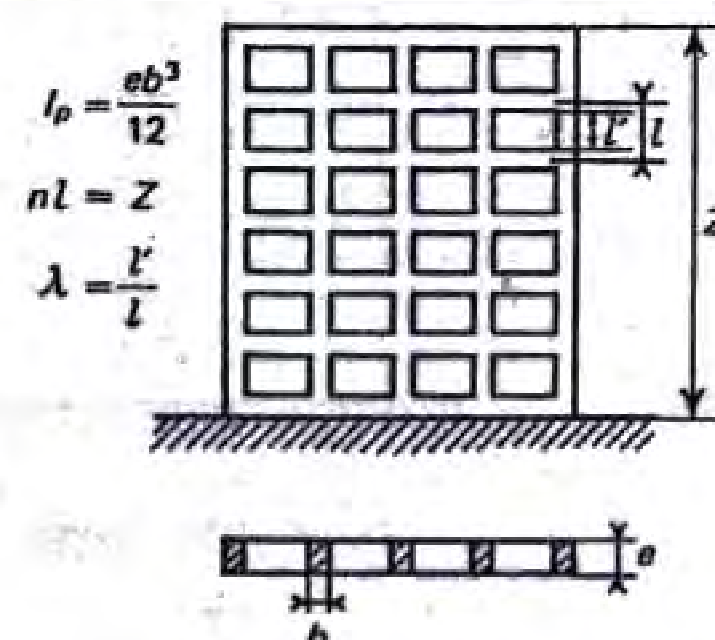


FIG. B.35 — *Portique symétrique ayant des linteaux rigides par rapport aux poteaux.*

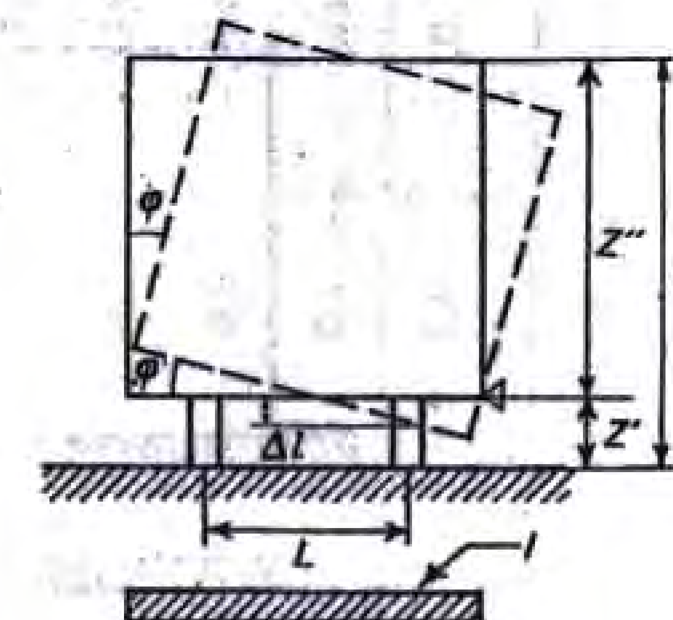


FIG. B.36 — *Refend plein sur poteaux.*

B.5.5 - Refends pleins sur poteaux (fig. B.36)

On suppose que l'on trouve au rez-de-chaussée, mis à part les refends pleins sur poteaux, d'autres refends descendant jusqu'aux fondations, et que, par rapport à l'inertie de ces refends, l'inertie des poteaux est négligeable.

Les poteaux sont capables d'équilibrer les efforts normaux provoqués par le vent $N = M/L$, l'effort tranchant étant transmis aux autres refends (voir § B.6.3).

Pour le calcul de l'inertie équivalente, les efforts provenant des charges verticales permanentes et utiles ne sont pas pris en considération. Les efforts N, calculés approximativement, provoquent un raccourcissement $\Delta l = NZ'/BE$ du poteau comprimé (Z' est la longueur du poteau et B sa section). En supposant que le poteau tendu subit un allongement égal à Δl (ce qui n'est pas très éloigné de la réalité parce que le refend, comprimé par les charges verticales, subit en fait une décompression due à l'action du vent), l'angle de rotation φ du refend est $2\,\Delta l/L$, où L est la distance entre les poteaux.

La flèche au sommet du refend est $f = f_1 + f_2$ où f_1 = la flèche due à la rotation du refend et f_2 = la flèche due à la déformation du refend.

En écrivant l'égalité entre la flèche du refend réel et celle du refend plein fictif on obtient :

$$f = Z'' \varphi + \frac{H_o Z''^3}{8\,EI} = \frac{H_o Z^3}{8\,EI_e} \qquad \text{(B.15)}$$

où Z'' et I sont la hauteur et le moment d'inertie du refend réel au-dessus du rez-de-chaussée, et $Z = Z' + Z''$.

En admettant approximativement au niveau du rez-de-chaussée $M = H_o Z/2$, il en résulte $N = H_o Z/2\,L$ et $\varphi = H_o ZZ'/(L^2\,BE)$. En remplaçant φ et Z'' dans la formule (B.15) on obtient :

$$I_e = \frac{BIL^2\,Z^3}{8\,IZZ'\,(Z - Z') + BL^2\,(Z - Z')^3}.$$

Si le refend, au lieu d'être plein, comporte des ouvertures, le moment d'inertie I peut être remplacé par le moment d'inertie équivalent, évalué conformément aux § B.5.1 et B.5.2, sans tenir compte de la présence des poteaux.

Exemple numérique

Prenons le cas d'un refend linéaire plein d'une hauteur totale Z = 40 m et d'une épaisseur e = 0,30 m, et suivons la diminution progressive de son inertie équivalente au fur et à mesure que l'on pratique des ouvertures de plus en plus importantes (fig. B.37).

www.bouquin.tk

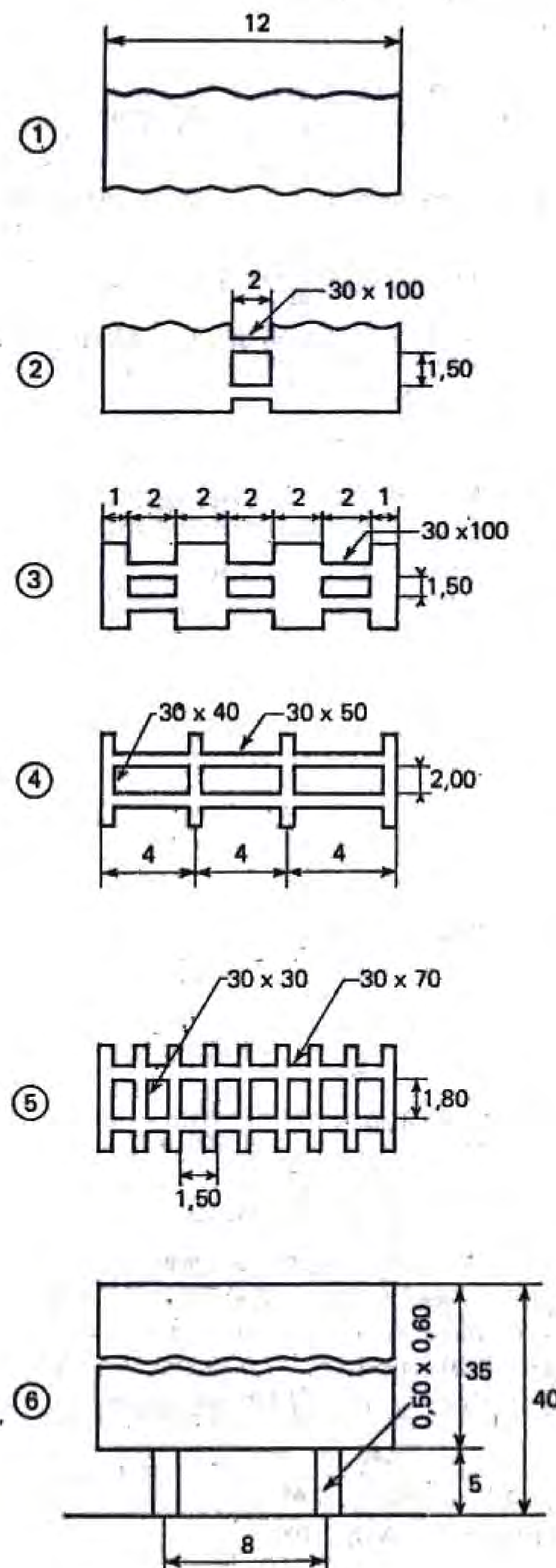


FIG. B.37 — *Méthode de l'inertie équivalente. Exemple numérique.*

1. Refend plein

$$I_e = I = \frac{e\,L^3}{12} = \frac{0{,}30 \times 12^3}{12} = 43{,}20 \text{ m}^4.$$

2. Refend à une file d'ouvertures de 2 × 1,50 m, placée dans l'axe de symétrie.

Avec $c = 3{,}50$ m;

$$\Omega_1 = \Omega_2 = 0{,}30 \times 5 = 1{,}50 \text{ m}^2;\ I = 43 \text{ m}^4;$$

$$I_a = I_b = \frac{0{,}30 \times 5^3}{12} = 3{,}13 \text{ m}^4;$$

$$i = \frac{0{,}3 \times 1^3}{12} = 0{,}025 \text{ m}^4 \text{ et } m = \frac{7}{2\,(1/1{,}50)} = 5{,}25 \text{ m}^3,$$

on évalue

$$\omega^2 = \frac{3 \times 0{,}025}{6{,}26} \times \frac{43}{5{,}25} \times \frac{3{,}50}{1^3 \times 2{,}50} = 0{,}139,$$

d'où $\omega = 0{,}37$. La figure B.20 fournit $\Psi_o = 0{,}44$ avec $\alpha = 0{,}37 \times 40 = 14{,}8$.

En définitive, à partir de Ψ_o et de $\alpha^2 = 220$ on trouve

$$I_e = \frac{43}{\dfrac{16 \times 5{,}25 \times 3{,}50}{6{,}26}\,\dfrac{0{,}44}{220} + 1} = 39{,}2 \text{ m}^4.$$

3. Refend à trois files d'ouvertures de 2 × 1,50 m placées symétriquement. Avec $c_1 = 1{,}75$ m; $c_2 = 2$ m; $c_3 = 1{,}75$ m; $I = 23{,}40$ m⁴;

$$I_1 = I_4 = \frac{0{,}30 \times 1^3}{12} = 0{,}025 \text{ m}^4;$$

$$I_2 = I_3 = \frac{0{,}30 \times 2^3}{12} = 0{,}200 \text{ m}^4;$$

$$i = 0{,}025 \text{ m}^4; \text{ on évalue}$$

$$\omega^2 = \frac{6}{2\,(0{,}025 + 0{,}200) \times 2{,}50}\left(2 \times \frac{0{,}025 \times 1{,}75^2}{1^3} + \frac{0{,}025 \times 2^2}{1^3}\right) = 1{,}35,$$

d'où $\omega = 1{,}16$. La figure B.20 fournit $\Psi_o = 0{,}48$ avec $\alpha = 1{,}16 \times 40 = 46$. En définitive, à partir de Ψ_o et de $\alpha^2 = 2\,100$ on trouve

$$I_e = \frac{23{,}40}{\dfrac{8 \times 23{,}40}{2\,(0{,}025 + 0{,}200)}\,\dfrac{0{,}48}{2\,100} + 1} = 21{,}50 \text{ m}^4.$$

www.bouquin.tk

4. Portique symétrique.

On augmente les ouvertures; les linteaux se transforment en poutres de section 30 × 50 cm, et les éléments de voiles en poteaux de section 30 × 40 cm.

Avec $I_p = 0{,}0016$ m⁴; $I_t = \dfrac{0{,}3 \times 0{,}5^3}{12} = 0{,}0031$ m⁴; $l = 2{,}50$ m et $t = 4{,}00$ m, on obtient

$$I_e = 3\,\frac{16 \times 40\,(4 - 0{,}40)}{(2{,}50/0{,}0016) + (4/0{,}0031)} = 2{,}43 \text{ m}^4.$$

5. Portique symétrique ayant les linteaux rigides par rapport aux poteaux.

On transforme le refend en façade porteuse, avec 9 files de poteaux de section 30 × 30 cm et 16 linteaux de section 30 × 70 cm. Avec $n = 16$; $p = 9$; $I_p = \dfrac{0{,}3 \times 0{,}3^3}{12} = 0{,}00068$ m⁴, et $\lambda = 1{,}80/2{,}50 = 0{,}72$ on obtient

$$I_e = \frac{3 \times 9 \times 16^2}{0{,}72^3}\,0{,}00068 = 12{,}60 \text{ m}^4.$$

6. Refend plein sur poteaux.

Enfin on considère le refend plein ayant les dimensions en plan 0,30 × 12 m, posé sur deux poteaux de section $B = 0{,}50 \times 0{,}60 = 0{,}30$ m².

Hauteur totale du refend $Z = 40$ m; hauteur des poteaux $Z' = 5$ m; $Z - Z' = 35$ m; distance entre les poteaux $L = 8$ m. Avec $I = 43{,}20$ m⁴ on trouve :

$$I_e = \frac{0{,}30 \times 43{,}20 \times 8^2 \times 40^3}{8 \times 43{,}20 \times 40 \times 5 \times 35 + 0{,}30 \times 8^2 \times 35^3} = 16{,}40 \text{ m}^4.$$

Remarque sur la précision de la méthode de l'inertie équivalente

De façon générale la notion d'inertie équivalente conduit à des calculs approximatifs et doit être maniée avec prudence. La distribution des efforts dans les refends est, en effet, basée sur la seule influence du moment fléchissant alors qu'en réalité les refends munis d'ouvertures présentent aussi des déformations dues à l'effort tranchant, d'autant plus importantes que le coefficient α est petit.

De plus, les déformées d'un refend plein (fournissant l'inertie équivalente), d'un refend avec ouvertures et d'un portique soumis à l'action du vent ne sont pas des courbes identiques. Il en est de même pour les refends reposant sur poteaux; ces refends présentent aux points d'appui sur les poteaux des rotations qui ne se retrouvent pas dans le cas des refends pleins. Il est toutefois prévisible que l'intervention des planchers des étages inférieurs aura pour effet de réduire l'influence de cette rotation.

La méthode de l'inertie équivalente peut rendre des bons services dans les calculs d'avant-projets, dans les études des bâtiments-tours de moins de 20 à 30 étages ainsi que pour la vérification toujours souhaitable des calculs effectués sur ordinateur.

B.6 - Refends présentant des irrégularités

B.6.1 - Immeuble en « taille de guêpe »

Le passage de l'état de contrainte régnant au niveau 1 à celui régnant au niveau 2 s'effectue progressivement sur une hauteur au moins égale à la longueur du refend L (voir fig. B.38). Dans le cas des refends assymétriques l'excentrement de la charge verticale V sera prise en compte en ajoutant (ou en soustrayant) au moment M le couple Ve.

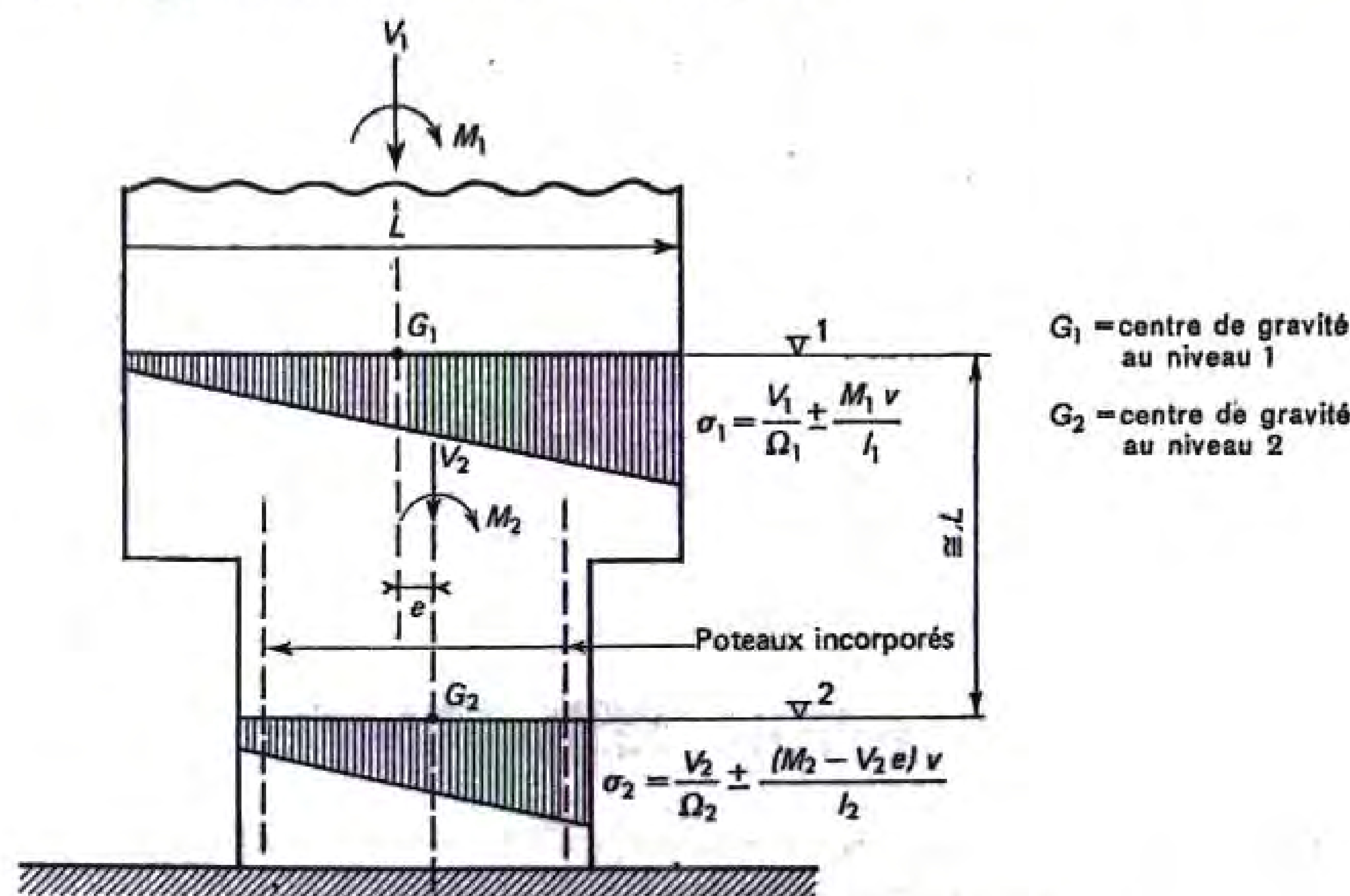


FIG. B.38 — *Immeuble en « taille de guêpe ».*

Les concentrations locales d'efforts au niveau de la « taille de guêpe » seront reprises par des poteaux incorporés dans le voile dimensionnés pour la totalité des charges provenant des porte-à-faux. En principe, ces poteaux deviennent inutiles au niveau 2, où la perturbation causée par le rétrécissement du refend s'atténue, mais en pratique le ferraillage des poteaux sera prolongé jusqu'à l'infrastructure (il est supposé que la hauteur de la « taille de guêpe » n'excède pas 3 ou 4 étages).

www.bouquin.tk

B.6.2 - Irrégularités au rez-de-chaussée

Parfois les refends présentent des irrégularités au rez-de-chaussée où les plans d'architecture prévoient un espace plus dégagé qu'aux étages courants (fig. B.39).

La faible hauteur du rez-de-chaussée par rapport à la longueur L du refend ne permet pas le passage de l'état de contrainte correspondant au niveau 1 à un autre état de contrainte linéaire (si c'était le cas, on retrouverait la situation exposée au § B.6.1). En conséquence, il faudra prévoir des poteaux incorporés dans les zones de concentration des efforts, telles que la partie du voile au voisinage du rétrécissement ainsi que de part et d'autre des ouvertures.

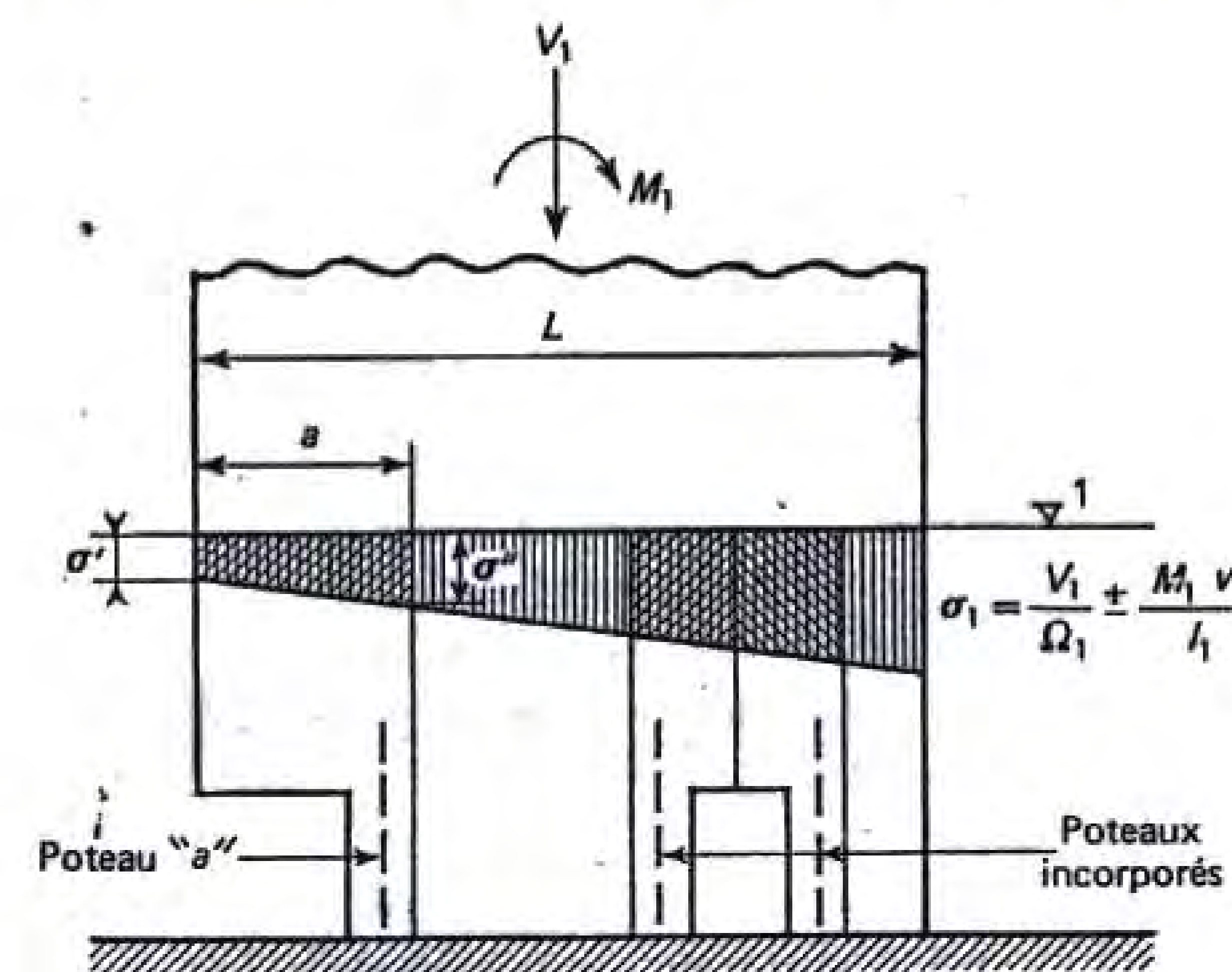


FIG. B.39 — *Irrégularités au rez-de-chaussée.*

Sur la figure B.39 on indique schématiquement ces zones fortement sollicitées. Le poteau « a » par exemple devra transmettre la charge

$$(\sigma' + \sigma'')\, ae/2,$$

où e est l'épaisseur du refend.

B.6.3 - Poteaux au rez-de-chaussée

Il est supposé que le refend aux étages courants est infiniment rigide par rapport aux poteaux (fig. B.40). Le problème est analogue à celui posé par là répartition des efforts provenant d'une semelle rigide sur pieux élastiques. En ce qui concerne la distribution de l'effort axial V et du moment fléchissant M, on retrouve le cas exposé dans le § B.6.2.

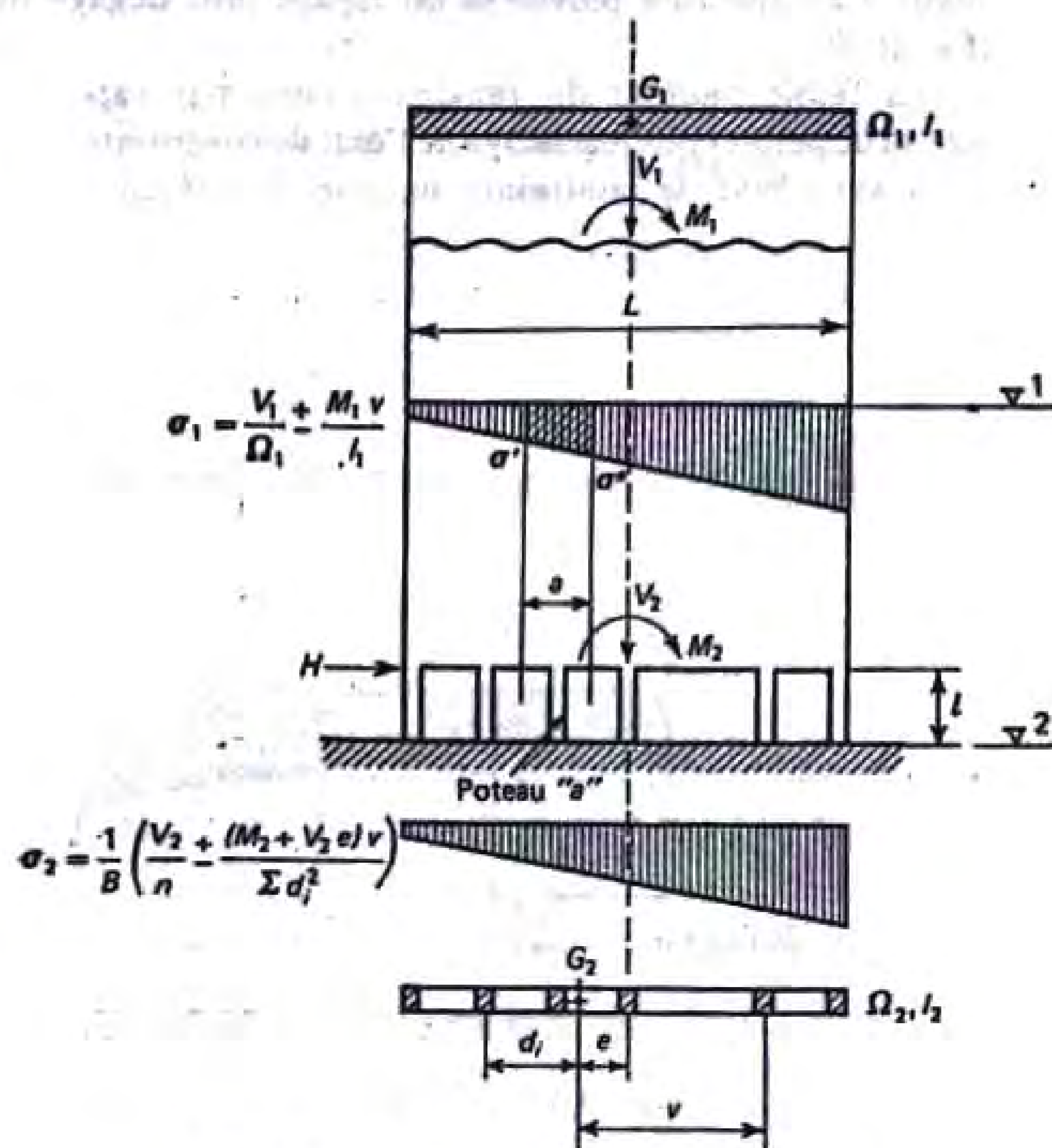


FIG. B.40 — *Poteaux au rez-de-chaussée.*

Si les sections des poteaux sont pratiquement égales on peut simplifier la relation permettant d'obtenir les contraintes axiales, qui devient

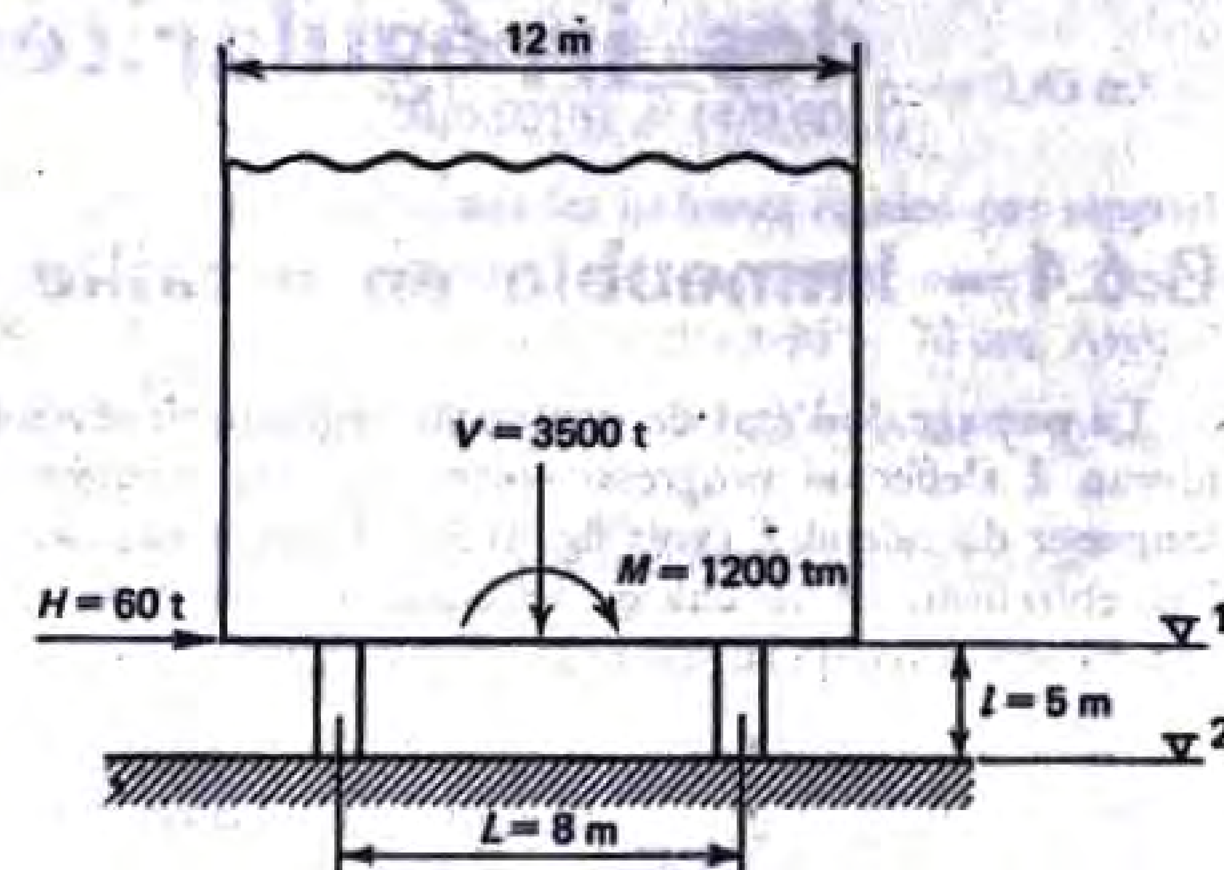
$$\sigma = \left(\frac{V}{n} \pm \frac{(M + Ve)\, v}{\Sigma\, d_i^2}\right) \frac{1}{B}$$

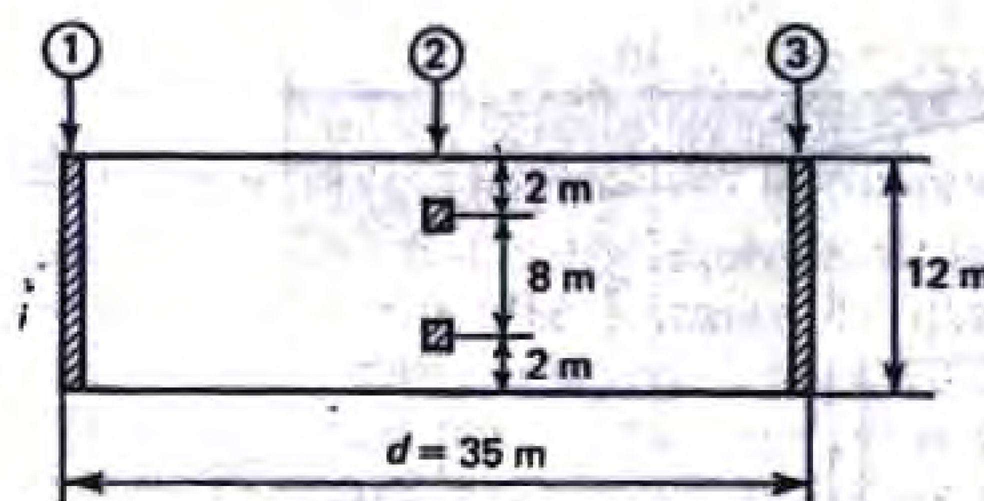
où n est le nombre de poteaux, d_i la distance d'un poteau au centre de gravité de l'ensemble, et B la section du poteau.

www.bouquin.tk

Les poteaux étant considérés flexibles par rapport aux refends, l'effort tranchant H sera transmis, par l'intermédiaire du plancher haut du rez-de-chaussée, aux autres refends du bâtiment proportionnellement à leurs inerties.

Remarque. Le calcul simplifié exposé ci-dessus est d'autant plus précis que la rigidité des poteaux est faible par rapport à celle du refend. En calcul d'avant-





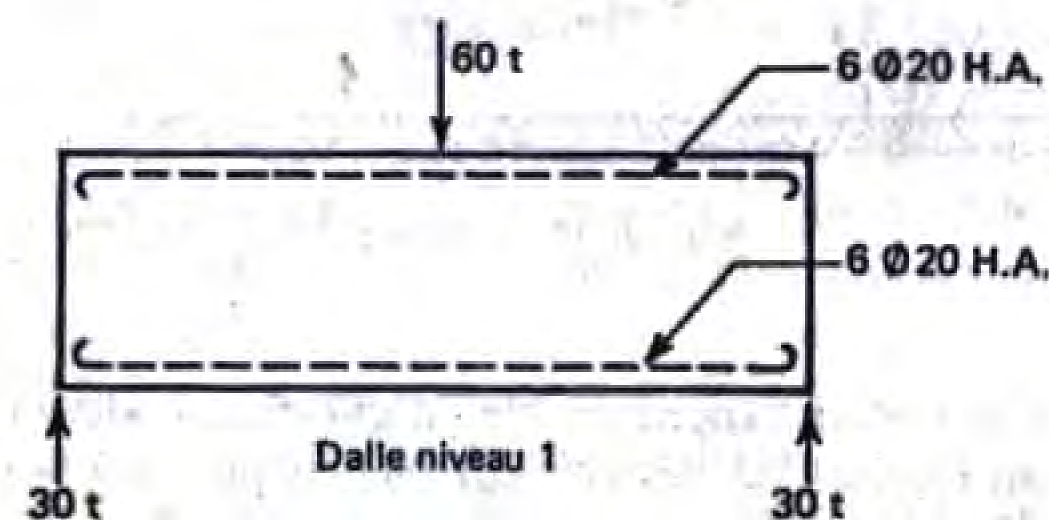


FIG. B.41 — *Poteaux au rez-de-chaussée. Cas particulier et exemple numérique.*

projet et dans le cas des poteaux assez courts et de grande section, donc relativement rigides, chaque poteau au rez-de-chaussée transmettra aux fondations la charge afférente correspondant à sa position en plan, calculée d'après l'état de contrainte au niveau 1. Par exemple, le poteau « a » sera dimensionné pour une charge égale à $(\sigma' + \sigma'')\, ae/2$, e étant l'épaisseur du refend.

Cas particulier

Parfois le refend se transforme au rez-de-chaussée en portique à deux poteaux (fig. B.41). En utilisant la relation précédente pour trouver la force axiale $N = B\,\sigma$ dans un poteau, on obtient $N = (V/2) \pm (M/L)$, L étant la distance entre les poteaux.

Exemple numérique

Considérons un bâtiment ayant les dimensions en plan 12 × 35 m, dont le contreventement est assuré par trois refends. Au rez-de-chaussée le refend central est remplacé par deux poteaux. Avec $V = 3\,500$ t, $M = 1\,200$ tm et $H = 60$ t, la force axiale dans les poteaux est $N = (3\,500/2) \pm (1\,200/8) =$ 1 900 t et 1 600 t.

L'effort tranchant de 60 t est redistribué aux autres refends par l'intermédiaire du plancher haut du rez-de-chaussée, dont la dalle sera calculée comme une poutre horizontale sollicitée par un moment de $Hd/4 = 60 \times 35/4 = 525$ tm. Le ferraillage nécessaire

$$A = \frac{M}{\bar{\sigma}_a\, z} = \frac{525 \times 10^5}{2\,800 \times 0{,}87 \times 1\,180} = 18{,}50 \text{ cm}^2 \text{ (6 } \Phi \text{ 20 H.A.)}$$

sera placé en bordure de la dalle sous forme de chaînage (on a supposé approximativement $z = 7/8\ h = 0{,}87\ h$).

Dans le calcul des refends 1 et 3, il faudra ajouter le moment provenant de la réaction du plancher; au niveau 2, ce moment supplémentaire est de 30 × 5 = 150 tm.

B.6.4 - Irrégularités locales

Des irrégularités locales peuvent perturber le cheminement direct des charges verticales vers les fondations. Un exemple est donné sur la figure B.42, mais d'autres irrégularités se rencontrent fréquemment. A défaut d'un calcul exact, que l'on ne peut effectuer sans l'aide de l'ordinateur, l'étude devra prendre en considération chaque cas particulier, en s'inspirant des principes suivants :

— Le refend en béton armé est un élément très rigide. Une perturbation locale ne l'affecte que sur une zone limitée. Par exemple, dans le cas indiqué sur la figure B.42, le cheminement des lignes isostatiques ne sera perturbé localement que sur une zone ne dépassant pas environ 4 à 5 étages.

www.bouquin.tk

— Les refends et les planchers d'un bâtiment forment un ensemble hautement hyperstatique. Reprenant l'exemple indiqué sur la figure B.42, nous constatons qu'en réalité on ne peut pas dissocier le refend présentant une irrégularité des planchers, qui redistribuent une partie du moment $M = Ve$ aux autres refends du bâtiment.

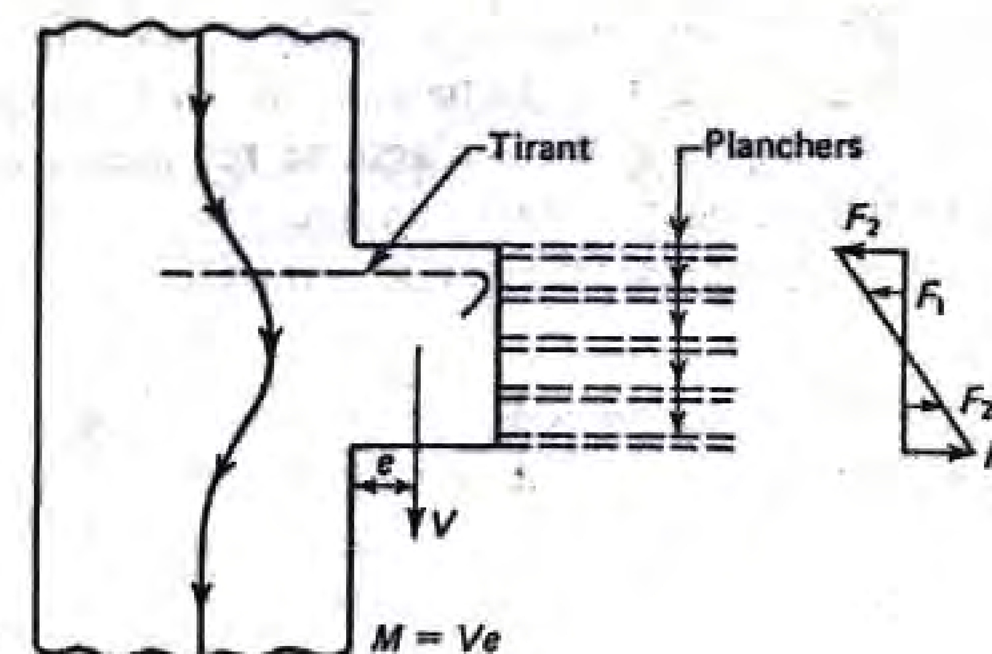


FIG. B.42 — *Irrégularités locales.*

En simplifiant le problème on peut considérer que cette redistribution est linéaire. En réalité, le problème est complexe, la part du moment équilibrée par les planchers étant proportionnelle à leur rigidité par rapport à celle du refend, et la répartition entre les planchers étant effectuée au prorata des rigidités respectives. En pratique, dans le cas des irrégularités de faible importance, il suffit de respecter les règles de bonne construction (liaisons correctes entre les éléments, chaînages en bordure des dalles, etc.) et d'effectuer un calcul sommaire (dans l'exemple donné on peut équilibrer la force V par un tirant dans la partie supérieure de la console et une bielle comprimée à 45°, les dalles constituant une sécurité supplémentaire).

B.6.5 - Changement de section des refends sur la hauteur de l'ouvrage

Parfois les changements irréguliers de section des refends sur la hauteur du bâtiment, entraînent la modification des rapports entre leurs moments d'inertie (fig. B.43).

Quand ces changements ne sont pas localisés, ils peuvent remettre en cause le principe de la distribution des sollicitations d'ensemble exposé au § B.31 qui suppose que les déformées de tous les refends sont des courbes affines.

Les bureaux d'études utilisent généralement une des deux méthodes suivantes pour un calcul approché :

a. On effectue la distribution des efforts tranchants d'ensemble, pour chaque partie du bâtiment (dans le sens de la hauteur) pour laquelle le rapport des inerties des refends reste constante. Par exemple, le bâtiment présenté sur la figure B.43 nécessite trois distributions.

b. On effectue une seule distribution des efforts tranchants d'ensemble en utilisant la méthode de l'inertie équivalente exposée au § B.5. Dans l'exemple indiqué sur la figure B.43, il s'agit de remplacer le refend 2 par un refend fictif de section constante sur la hauteur; la flèche au sommet du refend fictif serait égale à celle présentée par le refend 2.

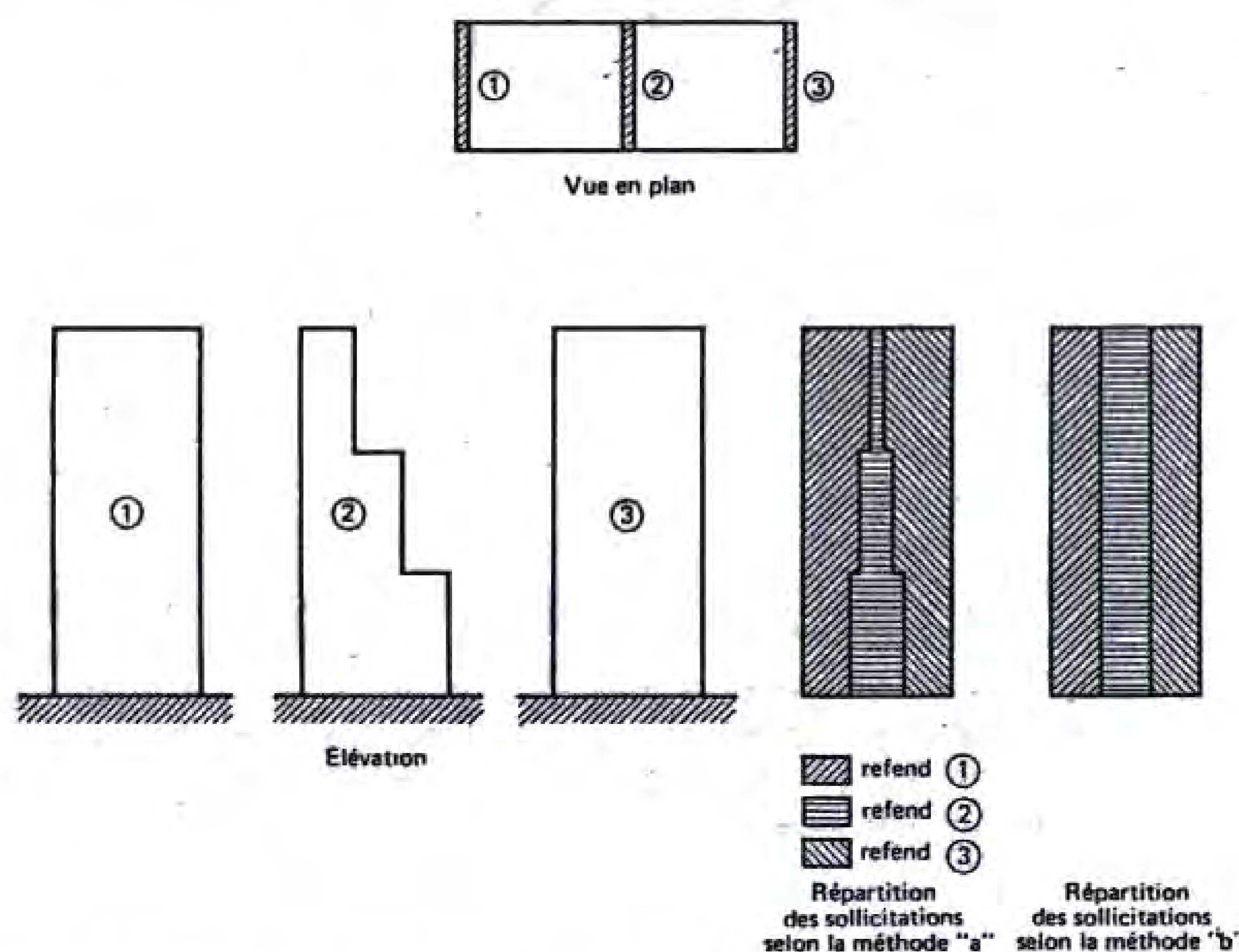


Fig. B.43 — *Changement de section des refends sur la hauteur de l'ouvrage.*

Théoriquement, ces deux méthodes sont très approximatives; en réalité, les grandes possibilités d'adaptation de la structure, dues surtout aux redistributions d'efforts effectuées par les planchers, autorisent un calcul simplifié dans certains cas courants où les irrégularités ne sont pas trop importantes.

Il est recommandé d'utiliser les deux méthodes afin d'avoir une fourchette de la distribution des efforts. Dans l'exemple indiqué sur la figure B.43, en ce qui concerne le refend 2, la méthode « a » fournit des résultats par excès pour la partie inférieure du bâtiment et par défaut pour la partie supérieure.

www.bouquin.tk

Par contre, la méthode « b » fournit des résultats par excès pour la partie supérieure du bâtiment et par défaut pour la partie inférieure.

En tout état de cause, les résultats de ces calculs doivent être interprétés avec la plus grande prudence.

B.6.6 - Ouvertures décalées

Des ouvertures décalées, telles que celles indiquées sur la figure B.44 a, sont rencontrées assez fréquemment dans les immeubles à usage d'habitation. Dans ce cas, il est conseillé d'imaginer une poutre à treillis incorporée (b) et d'étudier le refend en conséquence (c). Il est utile de suggérer la possibilité de décaler les ouvertures aux architectes qui sont parfois tentés de prévoir des couloirs intérieurs occupant tout l'espace entre les dalles, sans possibilité de prévoir des linteaux (d).

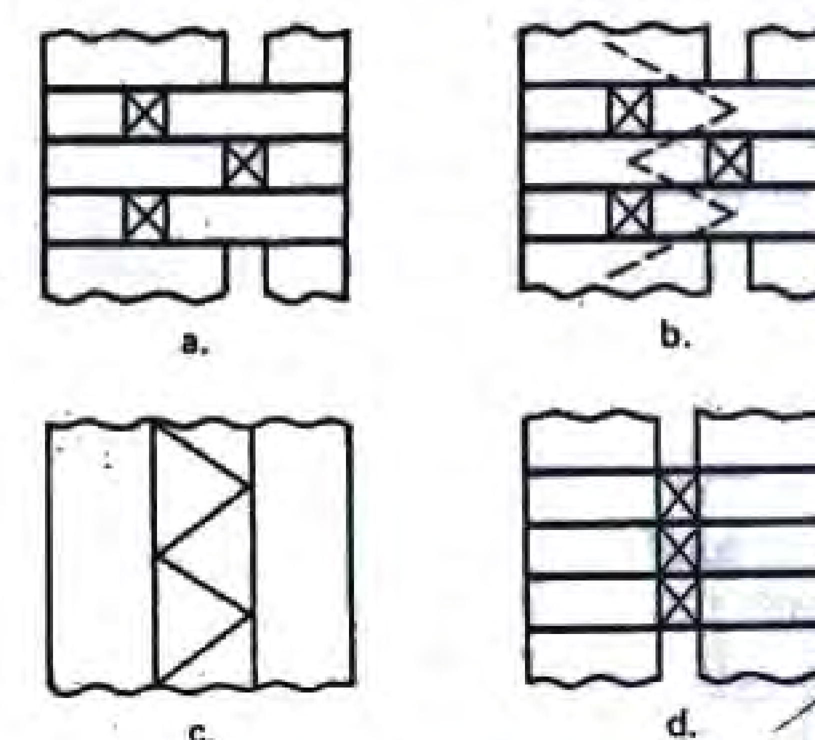


Fig. B.44 — *Ouvertures décalées.*

Une telle disposition dissociant le refend en deux éléments indépendants n'est pas recommandable du point de vue économique; elle peut être souvent évitée au prix de quelques modifications dans les plans d'architecte.

B.6.7 - Ouvertures isolées

Les ouvertures isolées (fig. B.45) sont encadrées par des renforts conçus de la manière suivante : les linteaux (supérieur et inférieur) sont étudiés comme des poutres parois soumises à l'action des charges concrétisées par les contraintes σ_m' (provenant de la charge verticale V et du moment fléchissant M); les renforts verticaux sont conçus comme des poteaux incorporés dans l'épaisseur

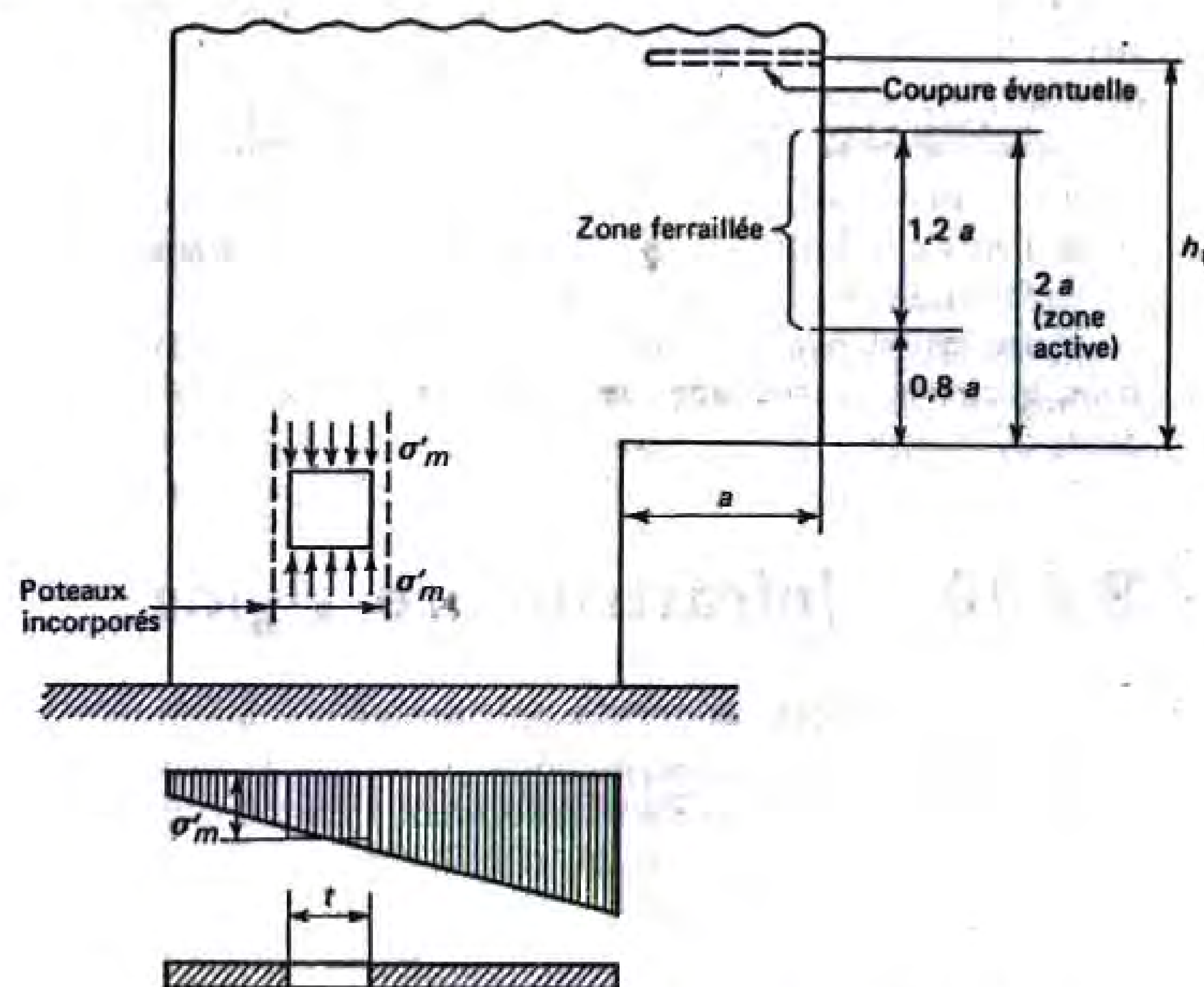


FIG. B.45 — *Ouvertures isolées. Refends en porte-à-faux.*

du refend, le ferraillage de chacun étant au moins égal à la moitié des armatures coupées par la présence de l'ouverture.

Les aciers seront prolongés au-delà de l'ouverture d'au moins $t/2$ (t étant la largeur de l'ouverture) plus la longueur d'ancrage.

Il est à noter que l'assimilation des linteaux à des poutres-parois est une hypothèse pessimiste. Certains dépassements des contraintes réglementairement admissibles peuvent être tolérés notamment en ce qui concerne la contrainte de cisaillement de référence τ_o (Règles CCBA68, § A.4).

B.6.8 - Refends en porte-à-faux

Des essais effectués en Allemagne [1] ont démontré que pour les refends en porte-à-faux dont le rapport $a/h_t < 0,5$, la partie du voile au-dessus d'une hauteur égale à 2 a ne participe pratiquement pas à la transmission des charges (on a désigné par a la portée de la console et par h_t sa hauteur). Voir figure B.45. La zone active du refend ayant de faibles dimensions, se trouve soumise à de très importantes contraintes de traction et compression.

[1] Voir l'article « Poutres-cloisons » de F. LEONARDT, *Annales de l'I.T.B.T.P*, janvier 1970.

www.bouquin.tk

Tout se passe comme si la totalité des charges verticales transmises par le porte-à-faux était reprise par une console de hauteur égale à environ 2 a.

D'après l'article cité, le ferraillage horizontal nécessaire pour équilibrer les tractions est $A = M/z\,\bar{\sigma}_a$, où $z = 1,40\,a$, M étant le moment d'encastrement. Les aciers seront répartis sur une zone comprise entre 0,8 a et 2 a au-dessus du bord inférieur du porte-à-faux. De plus, on dispose sur une hauteur égale à 2,5 a à partir du bord inférieur une armature « de peau », prévue sur les deux faces du voile, composée de barres horizontales et verticales dont la section est, par mètre linéaire, respectivement 0,15 % et 0,10 % de la section du béton.

La somme des charges appliquées sur le porte-à-faux ne devra pas dépasser la valeur $Q = 0,035\,h_t\,e\,\sigma'_{28}$ (e étant l'épaisseur du voile). Dans cette formule la valeur de h_t est limitée à 2 a (condition très pessimiste).

Toutes les conditions exposées ne tiennent pas compte de l'effet favorable des planchers qui tendent à redistribuer une partie des charges aux autres refends du bâtiment (voir § B.6.4).

Généralement, pour des immeubles assez hauts, la zone active ne peut pas équilibrer les très grandes charges apportées par le porte-à-faux, même si l'on applique des coefficients minorateurs destinés à tenir compte de l'effet favorable des planchers.

Dans ce cas, il est possible d'effectuer quelques coupures afin de diviser le porte-à-faux en plusieurs consoles indépendantes et d'éviter une éventuelle fissuration anarchique (voir figure B.45). Les coupures sont pratiquées juste au-dessus des planchers et remplies de polystyrène ou autre matériau similaire.

Si le rapport $a/h_1 < 0,5$ (h_1 est la hauteur d'une console indépendante), les calculs exposés précédemment continuent à être valables. Par contre, si $a/h_1 > 0,5$, le ferraillage horizontal principal sera $A = M/z\,\bar{\sigma}_a$ avec $z = 0,70\,h_1$, les armatures étant distribuées à partir du bord supérieur de la console indépendante sur une hauteur de 0,2 h_1. La valeur Q sera égale à $0,035\,h_1\,e\,\sigma'_{28}$ avec $h_1 \leqslant 1,5\,a$; le pourcentage des armatures « de peau » reste inchangé.

Dans la distribution des efforts horizontaux l'inertie du refend aura une valeur comprise entre celle du voile avec porte-à-faux et celle du voile sans porte-à-faux (si les coupures sont assez rapprochées on prendra pratiquement l'inertie du voile sans porte-à-faux). Au niveau du rez-de-chaussée le calcul sera effectué conformément au § B.6.2.

Remarque.

Certains ingénieurs ont l'habitude d'armer les refends en porte-à-faux par des tirants placés à chaque étage, et destinés à reprendre les bielles tendues au fur et à mesure qu'elles se présentent niveau par niveau. Ce système de ferraillage est en contradiction flagrante aussi bien avec la théorie qu'avec les essais. Toutefois, il faut bien admettre que ce système de ferraillage n'a jamais été à l'origine de désordres (tout au moins à notre connaissance); on peut conclure que la capacité d'adaptation du béton armé dépasse parfois les prévisions.

B.6.9 - Refends supplémentaires dans l'infrastructure

Souvent l'infrastructure, comprenant des garages et des caves, déborde le périmètre de la superstructure et les murs supplémentaires perturbent la transmission directe des sollicitations des refends aux fondations (fig. B.46). Dans ce cas, on peut admettre que le plancher bas du rez-de-chaussée, calculé comme une poutre horizontale, distribue l'effort tranchant à tous les refends de l'infrastructure au prorata des inerties.

Exemple numérique

Le bâtiment présenté sur la figure B.46 comprend deux refends qui s'élargissent sur la hauteur de l'infrastructure (refends 1 et 2) ainsi que deux refends supplémentaires aux sous-sols (refends 3 et 4).

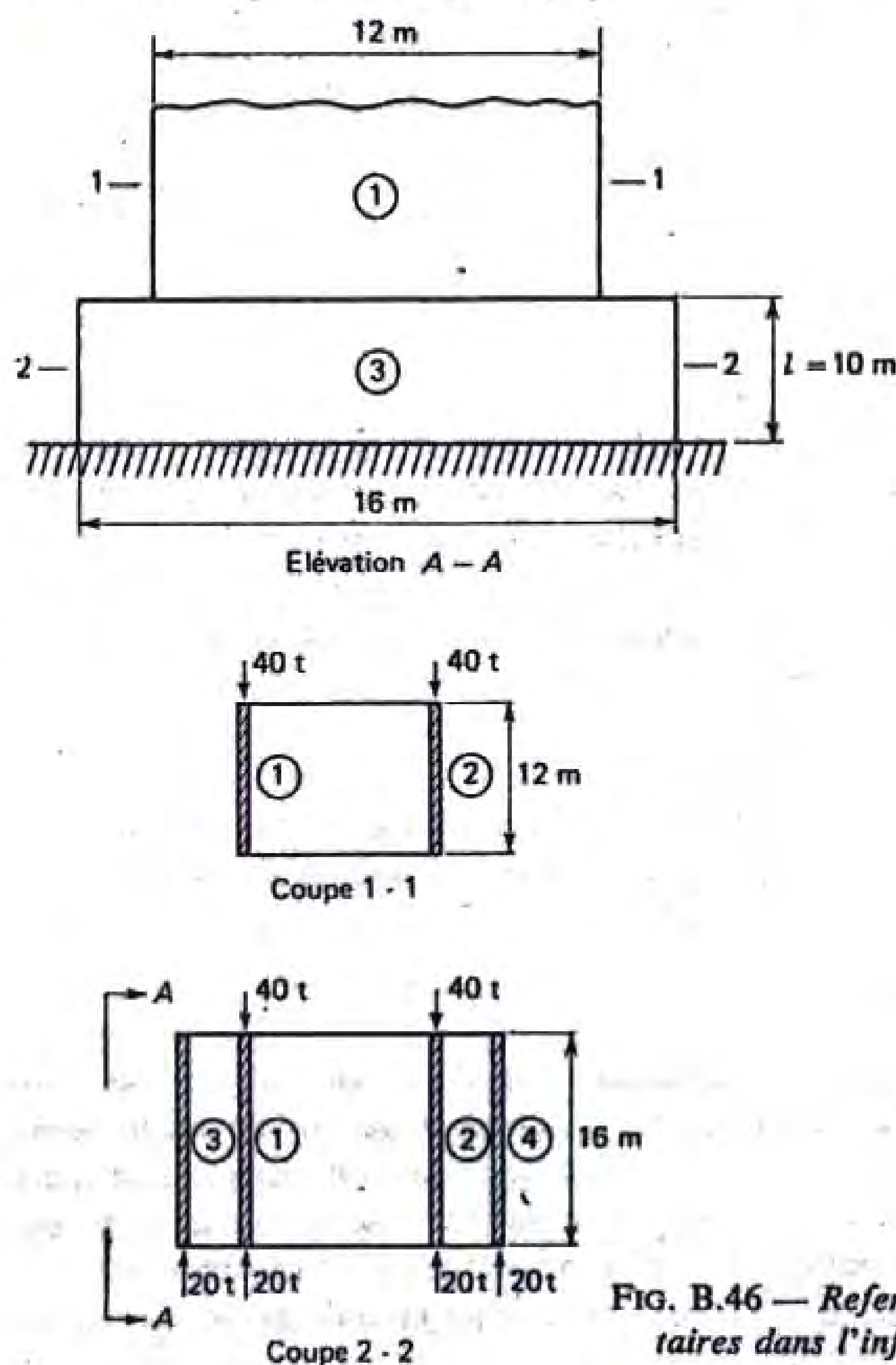


Fig. B.46 — *Refends supplémentaires dans l'infrastructure.*

On suppose que les refends 1 et 2 sont sollicités au niveau du rez-de-chaussée par le moment $M = 1\,000$ tm et l'effort tranchant $H = 40$ t. Sur la hauteur de l'infrastructure les refends 1, 2, 3 et 4 ont le même moment d'inertie.

La redistribution des efforts tranchants par la dalle au niveau bas du rez-de-chaussée conduit aux sollicitations suivantes au niveau des fondations.

Refends 1 et 2. $M = 1\,000 + (40/2) \times 10 = 1\,200$ tm.

Refends 3 et 4. $M = (40/2) \times 10 = 200$ tm.

Entre les refends centraux et marginaux la dalle sera calculée comme une console courte, le chaînage étant constitué par $A = 20/2{,}8 = 7{,}2$ cm² d'acier haute adhérence.

B.6.10 - Infrastructure rigide

Dans certains cas, les murs supplémentaires imposés par le parti architectural (surtout dans le cas des archives prévues au sous-sol) ont des dimensions tellement importantes qu'ils transforment l'infrastructure en véritable boîte rigide pratiquement indéformable (fig. B.47). Les refends de contreventement

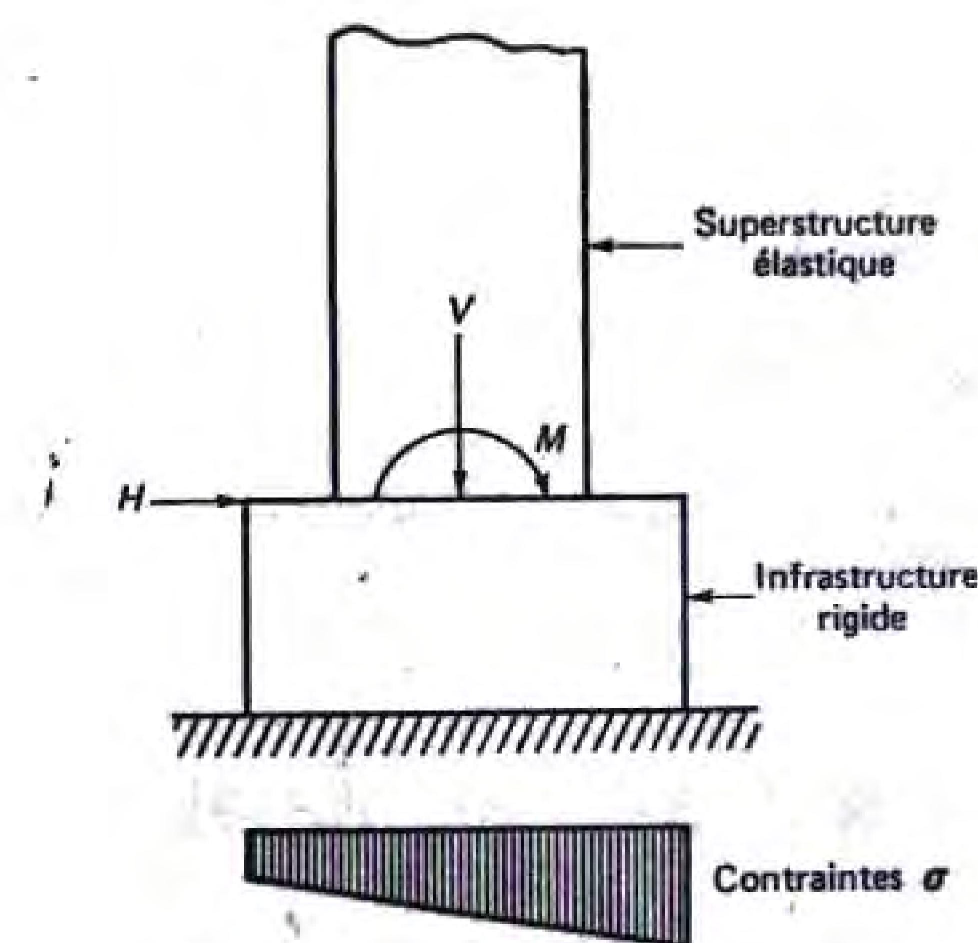


Fig. B.47 — *Infrastructure rigide.*

seront considérés parfaitement encastrés dans l'infrastructure. Le calcul de l'infrastructure sera celui d'une structure en équilibre sous l'action d'une part des sollicitations M, V et H provenant des refends et d'autre part des contraintes du sol distribuées linéairement.

B.6.11 - Ouvertures irrégulières

Faute de pouvoir effectuer un calcul assez précis il est utile de se faire une idée sur la variation des efforts en essayant de « visualiser » les lignes isostatiques [22]. Pour dessiner leur trajet jusqu'aux appuis, il suffit de trouver un cheminement logique permettant un écoulement des charges aussi simple et direct que possible. Les lignes isostatiques contournent les ouvertures par déviation et par formation de voûtes de décharge (fig. B.48).

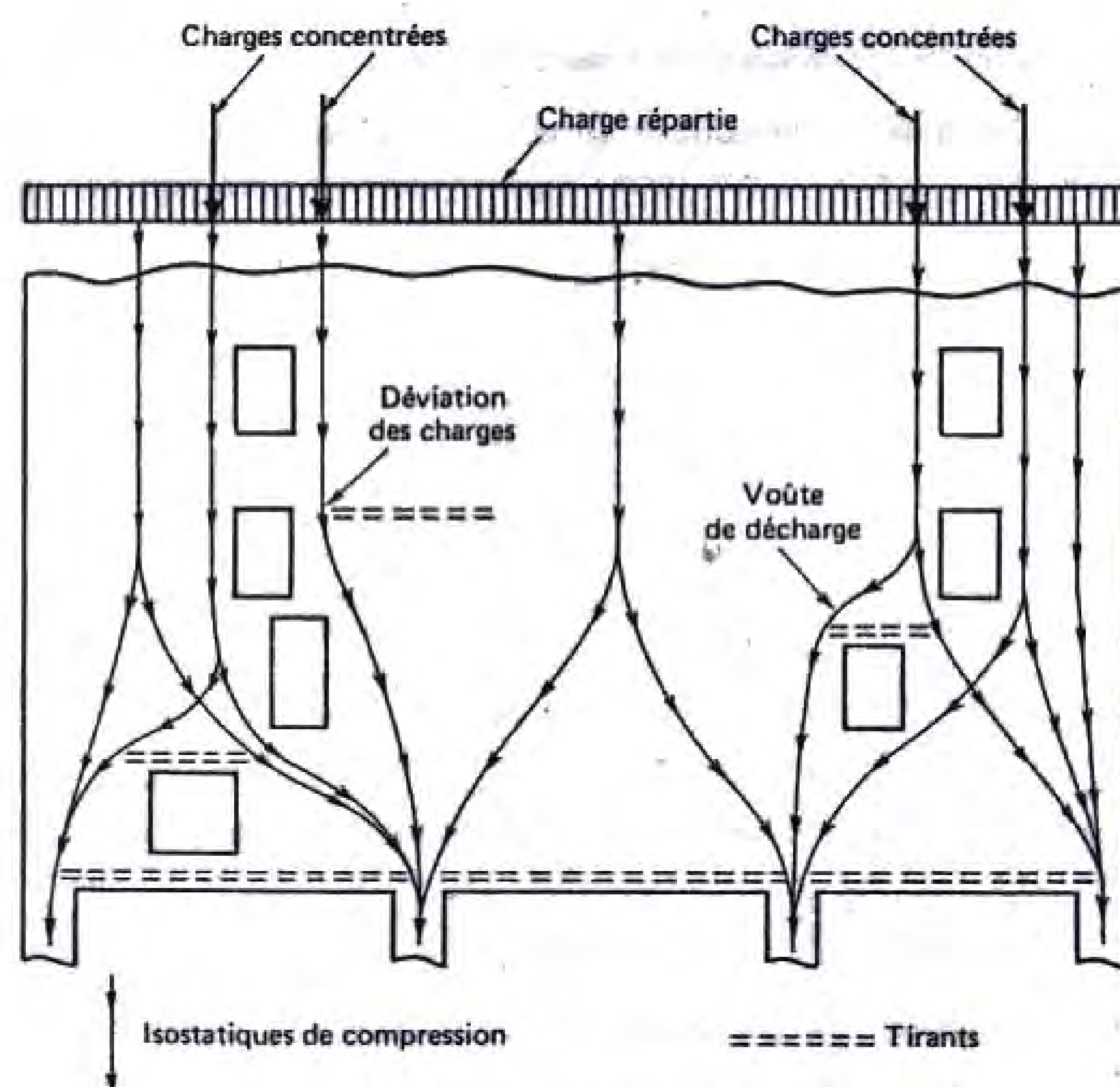


FIG. B.48 — *Ouvertures irrégulières.*

A chaque déviation et à chaque voûte de décharge correspond un tirant qu'il faudra ancrer dans la masse du refend. Le risque de formation des fissures à l'intérieur des voûtes sera diminué à l'aide de nappes supplémentaires d'armatures verticales et horizontales. On pourra effectuer un calcul très sommaire en évaluant les contraintes de compression dans les bielles de béton et en déterminant le ferraillage dans les tirants.

www.bouquin.tk

Il est entendu que ce calcul ne peut donner que des indications très approximatives, l'intérêt de la méthode étant de fournir des éléments de jugement d'ordre qualitatif.

B.6.12 - Refend à une file d'ouvertures avec un linteau plus rigide que les autres

Considérons le cas d'un refend à une file d'ouvertures (fig. B.18) en supposant que, pour des raisons d'ordre architectural ou autres, l'un des linteaux est plus rigide que les linteaux courants. Il en résulte une diminution des efforts tranchants Π dans les linteaux courants et une augmentation sensible de l'effort tranchant Π dans le linteau rigide. A la limite, si l'on supprime une ouverture à un étage, le linteau rigide résultant reprend un effort tranchant considérable (dans le cas d'un bâtiment où cette situation s'est effectivement présentée, l'effort tranchant Π a été 6 fois plus grand que celui calculé pour le même refend ne présentant pas d'irrégularité).

En ce qui concerne la partie du refend située au-dessus de l'étage sans ouverture, tout se passe comme si elle était encastrée à ce niveau, où l'on pourra prendre dans les calculs $\xi = 0$. Pour la partie du refend au-dessous de l'étage sans ouverture, l'effort tranchant Π pourra être sensiblement diminué dans les calculs par rapport aux valeurs résultant de l'étude du refend ne présentant pas d'irrégularités.

Remarques générales sur les refends présentant des irrégularités.

Rappelons ici quelques principes généraux concernant ce type très complexe de structure pour lequel, sans ordinateur, aucun calcul précis n'est généralement possible :

— dans les cas où l'on peut trouver plusieurs systèmes statiques pour résister aux efforts, il est nécessaire de déceler lequel est le plus rigide parmi ces systèmes, c'est-à-dire celui qui se déforme le moins lors de son fonctionnement, et de s'assurer que celui-ci est capable de résister aux efforts avec une sécurité convenable,

— dans le cas où le système statique adopté et étudié ne correspond pas au fonctionnement réel, aucun désordre grave n'est à craindre en général si le fonctionnement supposé respecte rigoureusement les lois de la statique,

— si les déformations sont très petites n'importe quel système statique convient à condition, bien entendu, qu'il soit stable.

B.7 - Calcul des murs en béton armé

Dans ce chapitre nous reproduisons quelques-uns des paragraphes les plus importants exposés dans [23]. La méthode utilisée peut servir dans un calcul approché. A l'avenir, quand le calcul aux états limites sera généralisé, l'étude pourra être effectuée en s'inspirant des recommandations CEB concernant les constructions en panneaux [24].

Contrainte de compression admissible

La contrainte de compression admissible est

$$\bar{\sigma}'_b = \varrho'_b \, \sigma'_{28},$$

où $\varrho'_b = 0,44 \, \alpha \, \beta \, \gamma$.

Les coefficients α (tenant compte des défauts de planéité et des faux aplombs), β (concernant la susceptibilité du mur au flambement) et γ (tenant compte de la qualité du béton et de l'exécution) sont égaux à :

$\alpha = e/(e + 5)$

$\beta = 1,5/(1 + X)$

$$\text{où : } \beta \leqslant 1 \text{ et } X = \frac{\left(\dfrac{l}{25\,e}\right)^2}{\left(1 + \dfrac{l^2}{b^2}\right)^2}.$$

γ : ce coefficient peut prendre des valeurs comprises entre 1,00 et 0,83, les valeurs supérieures correspondant à une bonne qualité du béton et de l'exécution.

Dans ces expressions :

e désigne l'épaisseur du mur,
l désigne la hauteur libre du mur entre deux planchers,
b est un terme tenant compte de l'éventuelle existence des raidisseurs; pour un mur non raidi (fig. B.49 *a*) $b = \infty$, pour un mur raidi à ses deux extrémités (fig. B.49 *b*) $b = c$, pour un mur raidi à l'une de ses extrémités (fig. B.49 *c*) $b = 2,5\,c$.

www.bouquin.tk

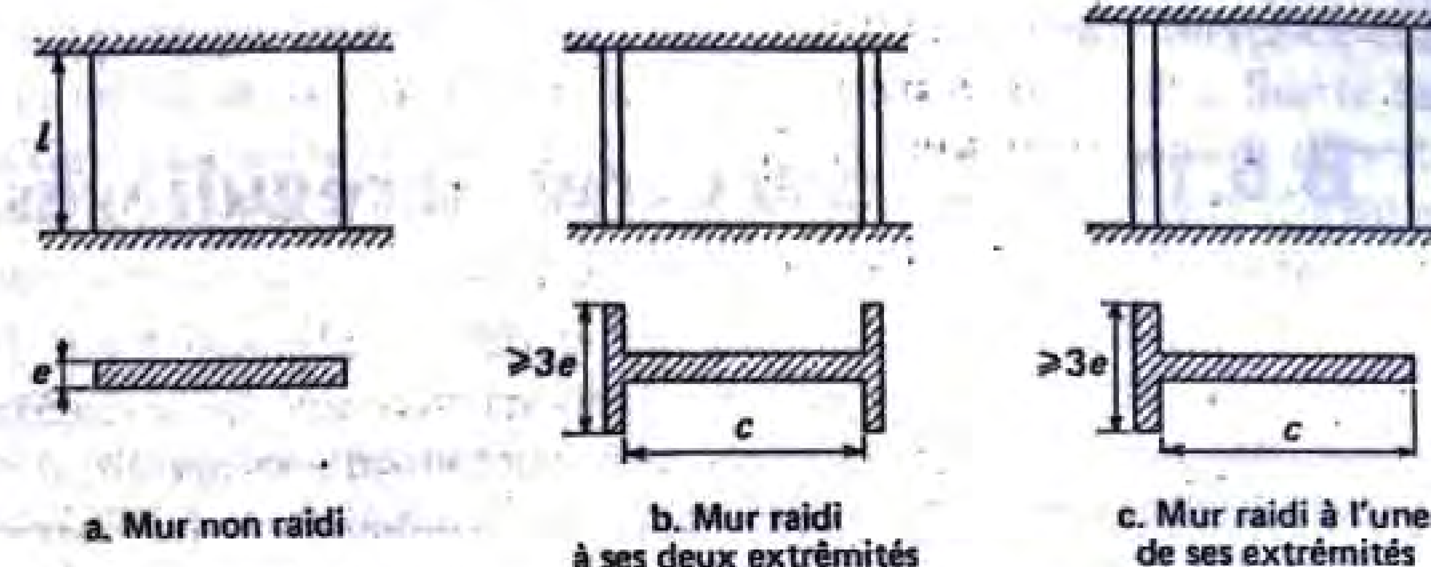


FIG. B.49 — *Contrainte de compression admissible dans les murs.*

Ferraillage minimal des murs en béton armé

Un mur est considéré armé, donc répondant aux conditions minimales de non-fragilité, si son ferraillage respecte les prescriptions suivantes.

1. Ferraillage vertical.

Le pourcentage d'armature doit être au moins égal à :

$$\varpi_v \,\% = \frac{0,45}{1\,000} \, \theta_1 \, \theta_2 \, \theta_3 \left(3 \, \frac{\sigma'}{\bar{\sigma}'_b} - 1\right)$$

où : σ' est la contrainte maximale de compression,
$\bar{\sigma}'_b$ est la contrainte admissible définie précédemment,
$\theta_1 = 1$ pour un mur intermédiaire,
$\theta_1 = 1,4$ pour un mur de rive,
$\theta_2 = 1 + (0,2 \, l/e)$,
$\theta_3 = 1 + (2\,160/\sigma_{en})$, σ_{en} étant la limite d'élasticité des armatures utilisées.

La valeur de $\varpi_v \,\%$ ne doit pas être inférieure à 0,2 %.
Le ferraillage vertical sera réparti par moitié sur chacune des faces du mur.

2. Ferraillage horizontal.

Le pourcentage total des armatures horizontales parallèles aux faces du mur sera au moins égal à $\varpi_h = \varpi_v/2$; la valeur de $\varpi_h \,\%$ ne sera pas inférieure à 0,2 %.

3. Ferraillage transversal (armatures perpendiculaires aux faces du mur).

Si $\sigma' \leqslant 0,75 \, \bar{\sigma}'_b$ les sections des armatures transversales reliant les deux nappes d'armatures principales seront déterminées par des considérations d'ordre constructif, afin d'assurer la fixité des armatures principales pendant le bétonnage.

Si $\sigma' > 0{,}75\,\bar{\sigma}'_b$ les ligatures transversales seront disposées suivant les nœuds d'une maille dont la plus grande dimension n'excède pas 50 cm. De plus, les extrémités des murs le long d'une ouverture constitueront des poteaux incorporés, les armatures transversales ayant le rôle d'étriers. La largeur d'un poteau incorporé sera au moins égale à 2 *e* (fig. B.50).

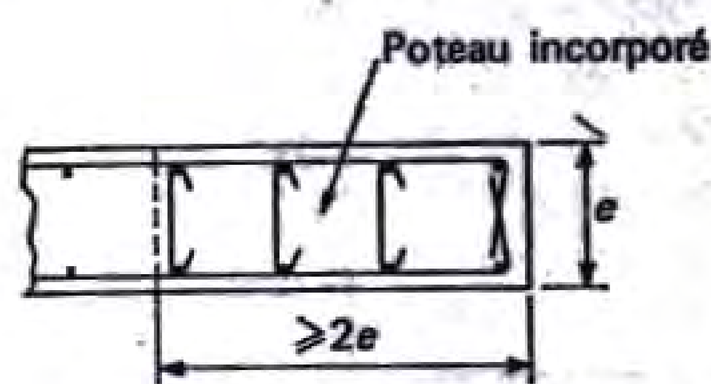
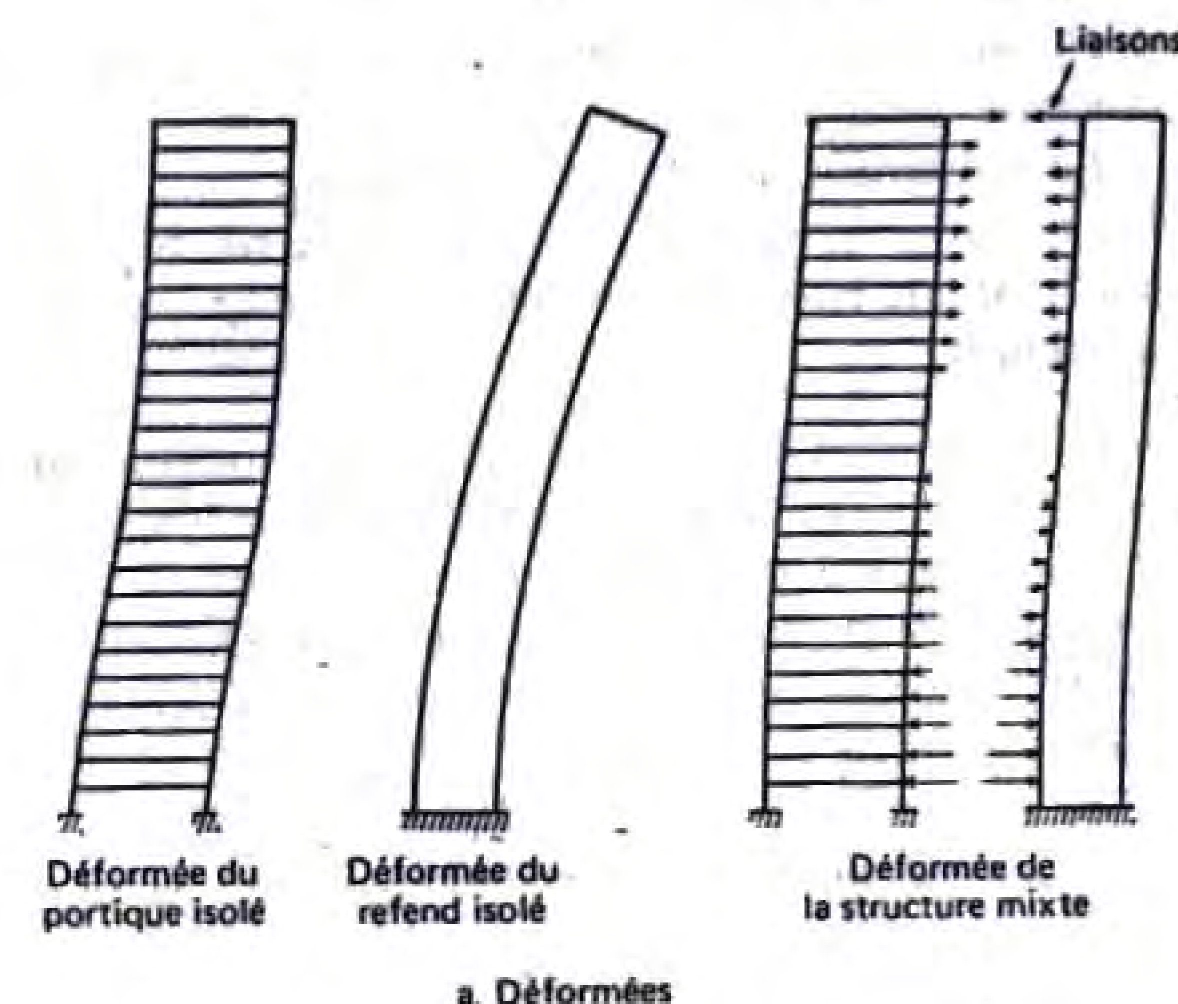


FIG. B.50 — *Poteau incorporé.*

B.8 - Calcul approché des structures mixtes refends + portiques

Sous l'action des forces horizontales, un refend et un portique présentent des déformées fondamentalement différentes, la déformation du refend étant régie par la flexion d'ensemble, et celle du portique par la flexion des barres (due à l'effort tranchant d'ensemble). La liaison entre un refend et un portique a pour résultat de créer une structure mixte, dont la déformée est représentée sur la figure B.51 *a*. Dans [25], les auteurs ont étudié le comportement d'une structure composée d'un refend et d'un portique symétrique à une travée (fig. B.52), dont la compatibilité de déformation sous l'action des forces horizontales est imposée par la présence de dix barres articulées aux extrémités et de longueur invariable, uniformément réparties sur la hauteur de l'ouvrage. La distribution de l'effort tranchant entre le refend et le portique varie sur la hauteur du bâtiment (il est rappelé que les méthodes précédemment exposées supposaient des déformations affines, régies par la flexion, de tous les éléments constituant la structure; en conséquence, le même pourcentage de l'effort tranchant était distribué à chaque élément sur toute la hauteur de l'ouvrage) (voir fig. B.51 *b*).

www.bouquin.tk



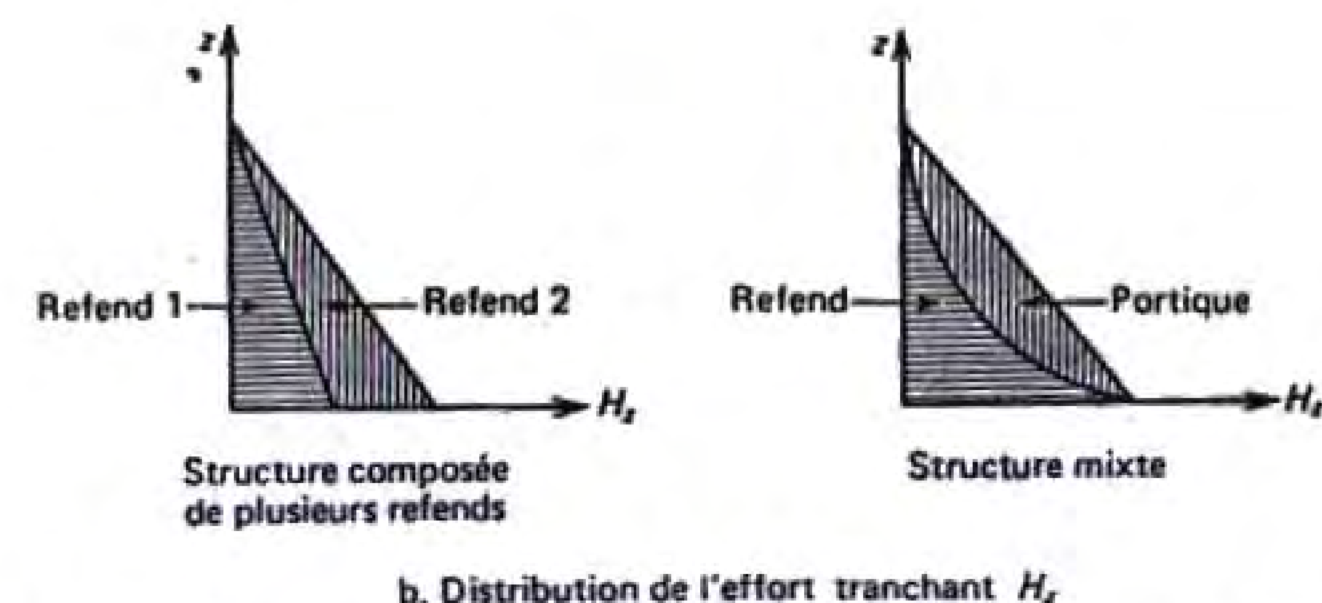


FIG. B.51 — *Structure mixte. Déformée et distribution de l'effort tranchant.*

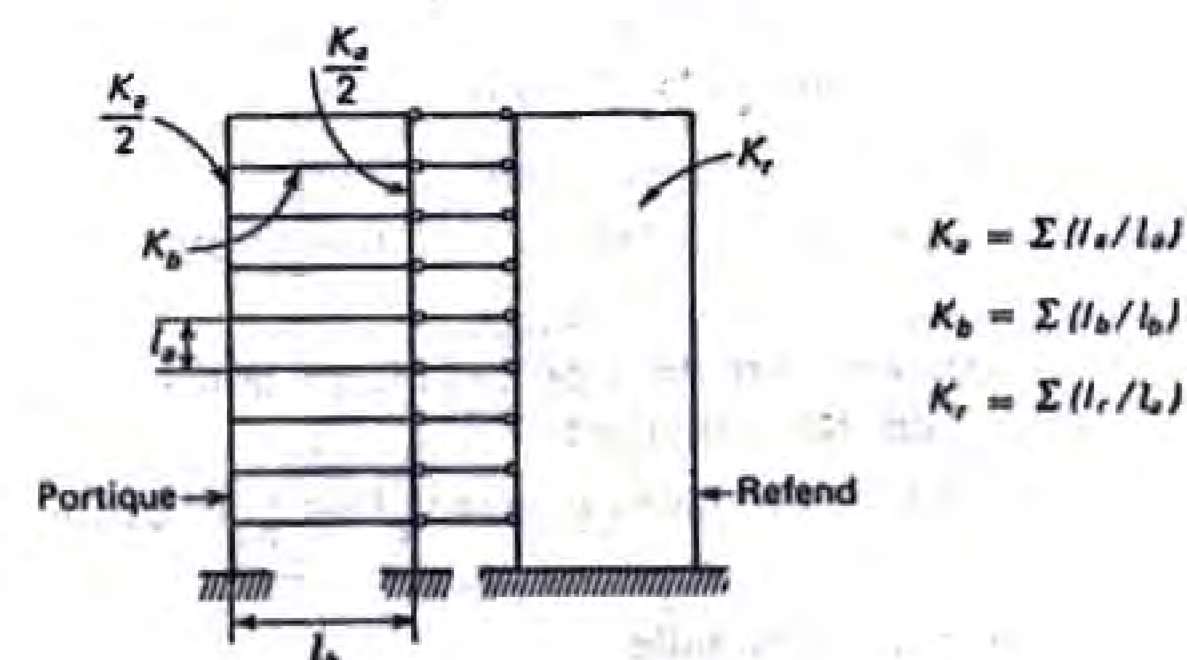


FIG. B.52 — *Structure composée d'un portique et un refend, utilisée comme « structure fictive » pour l'emploi des abaques.*

Plusieurs abaques (fig. B.53) fournissent les valeurs du rapport H_{rz}/H_z où H_{rz} est l'effort tranchant repris par le refend au niveau z et H_z est l'effort tranchant total au niveau z.

En examinant les abaques on observe que, indépendamment des caractéristiques géométriques de la structure, le refend reprend la totalité de l'effort tranchant à la base de l'ouvrage et le portique la totalité de l'effort tranchant au sommet.

En supposant la pression du vent p uniformément répartie, on trouve $H_z = p\,D\,(Z - z)$. Il est rappelé que D est la longueur du bâtiment dans le sens perpendiculaire à la direction du vent, Z est la hauteur du bâtiment et z la distance entre la base et le niveau pris en considération. En désignant par H_{pz} l'effort tranchant repris par le portique au niveau z, il en résulte

$$H_{pz} = H_z - H_{rz}.$$

L'entrée dans les abaques s'effectue avec les valeurs K_a/K_b et K_r/K_a,

où : K_a = la somme des rigidités des deux poteaux,
K_b = la rigidité de chaque poutre,
K_r = la rigidité du refend.

L'étude de l'ensemble formé par un refend et un portique peut être généralisée dans le cas d'un bâtiment comportant plusieurs refends et plusieurs portiques (fig. B.54) compte tenu de la présence des planchers qui imposent une déformation uniforme pour l'ensemble de l'ouvrage.

Les rigidités des deux poteaux de chaque poutre et du refend, seront donc respectivement prises égales à la somme des rigidités de tous les poteaux, de toutes les poutres et de tous les refends du bâtiment à chaque niveau pris en considération.

En définitive on aura une structure fictive refend + portique à une travée, les rigidités des éléments constitutifs étant $K_a = \Sigma\,(I_a/l_a)$; $K_b = \Sigma\,(I_b/l_b)$; $K_r = \Sigma\,(I_r/l_a)$, où l_a est la hauteur d'un étage, l_b la portée d'une poutre, I_a, I_b et I_r respectivement les moments d'inertie d'un poteau, d'une poutre et d'un refend dans la direction du vent.

Dans le cas des planchers-dalles, la largeur b de la dalle ayant le rôle de poutre incorporée est fournie par l'abaque fig. B.55, où l'on a désigné par :

l_b = la distance entre deux poteaux dans la direction de calcul (direction des forces horizontales),
L = la distance entre deux poteaux dans la direction perpendiculaire,
d = la dimension d'un poteau dans la direction de calcul,
e = l'épaisseur de la dalle.

Le moment d'inertie de la poutre incorporée est $I_b = b\,e^3/12$.

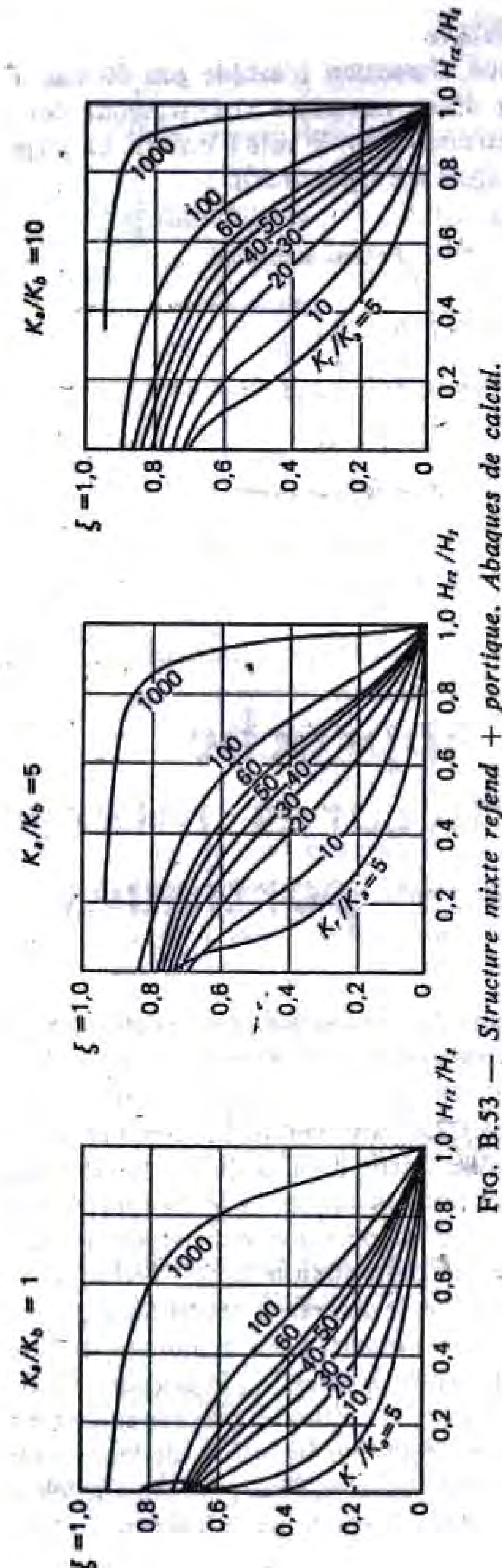


FIG. B.53 — *Structure mixte refend + portique. Abaques de calcul.*

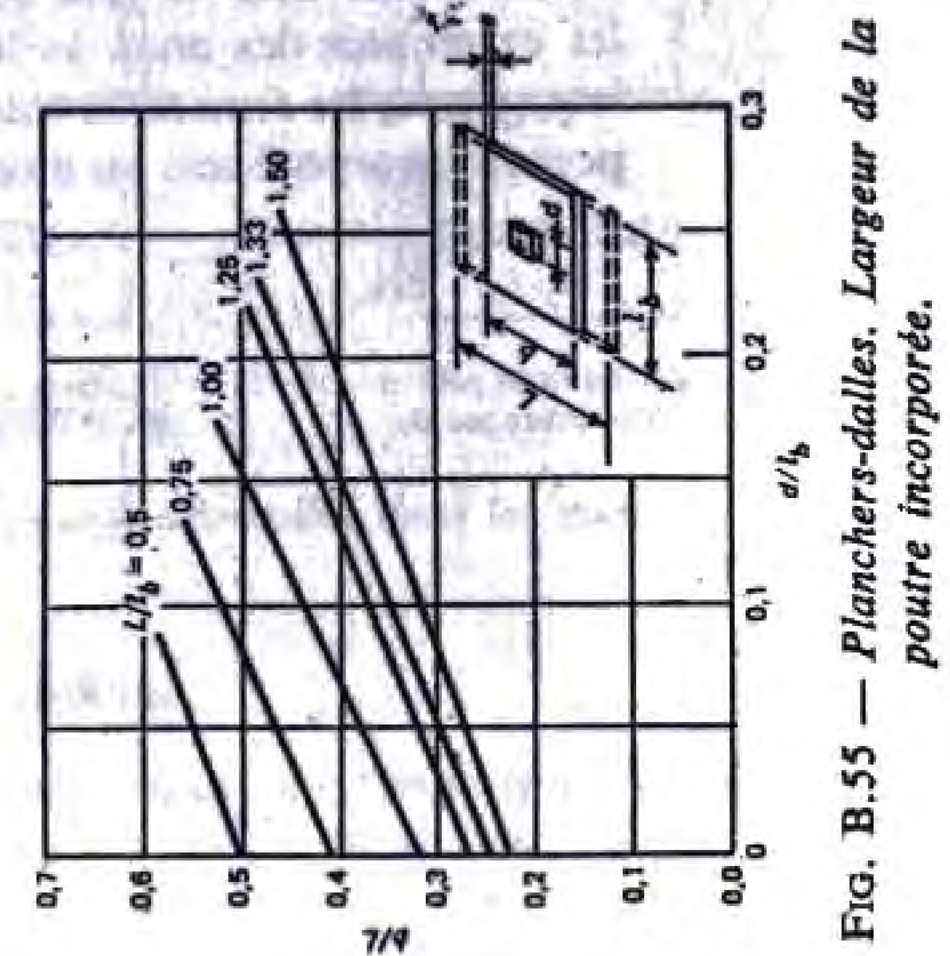


FIG. B.55 — *Planchers-dalles. Largeur de la poutre incorporée.*

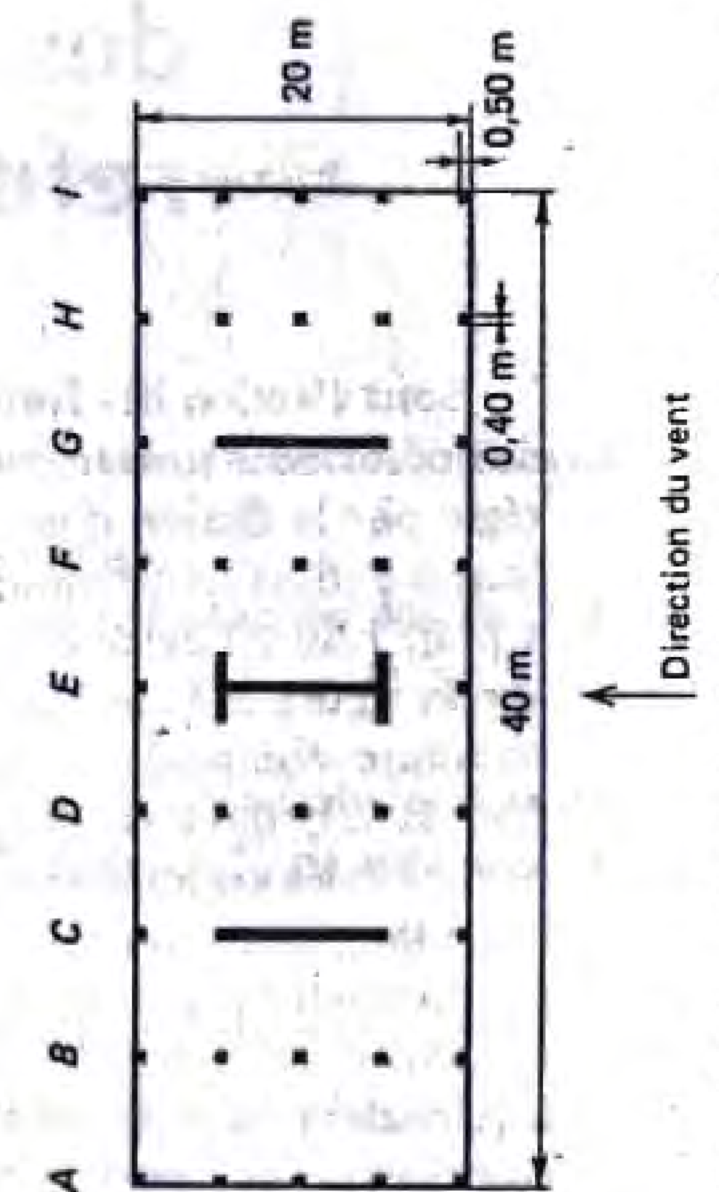


FIG. B.54 — *Exemple de bâtiment comprenant plusieurs portiques et plusieurs refends.*

Après la répartition de l'effort tranchant H_z entre le refend et le portique de la structure fictive, il faut effectuer le retour à la structure réelle. La conduite du calcul s'effectue comme suit :

1. Refends. L'effort tranchant repris par le refend fictif H_{zr}, est distribué aux refends réels aux prorata de leurs inerties. On désigne par H^i_{zr} l'effort tranchant repris par chaque refend réel « *i* ». On en déduit le moment fléchissant $M^i_{zr} = \int H^i_{zr}\, dz$. En pratique, il est commode de tracer la courbe H^i_{zr} et de déterminer par un calcul graphique le moment M^i_{zr}, égal à l'aire indiquée sur la figure B.56.

2. Portiques. Si l'ouvrage comprend plusieurs portiques identiques, l'effort tranchant repris par le portique fictif H_{zp} sera également réparti aux portiques réels. L'étude de chaque portique réel « *i* » sous l'action de l'effort tranchant H^i_{zp} pourra alors être effectuée d'après la méthode simplifiée des Règles CCBA68 § 5.3.1 qui suppose la présence d'articulations fictives à mi-hauteur des poteaux (fig. B.56). A chaque étage, le moment $M^i_{zp} = H^i_{zp}\, l_a/2$ sera distribué aux poteaux selon leurs inerties. Connaissant les moments dans les poteaux on déduit les moments dans les poutres.

Si l'ouvrage comprend plusieurs portiques de rigidité différente, une répartition correcte des efforts tranchants du portique fictif aux portiques réels est difficile à effectuer. Toutefois, en pratique, l'ingénieur pourra apprécier l'ordre de grandeur de l'effort tranchant repris par chaque portique en fonction de sa rigidité par rapport aux autres.

Remarque.

La méthode de calcul exposée permet à l'ingénieur d'études d'assez bien saisir le comportement de chaque élément d'une structure mixte sous l'action des forces horizontales.

Il faut toutefois insister sur le caractère qualitatif des résultats obtenus; du point de vue quantitatif la méthode est très approximative, sauf dans le cas des structures symétriques composées de plusieurs refends et portiques identiques.

De plus, il faut noter que les abaques sont dressés pour le cas des structures de dimensions constantes sur la hauteur. Une variation assez uniforme des rigidités des portiques et refends est encore admissible, mais le degré de précision de la méthode peut diminuer très sensiblement dans le cas des variations anarchiques.

Etapes de calcul

1. Caractéristiques de la structure réelle.
   On évalue les moments d'inertie I_a, I_b, I_r, ainsi que les rigidités I_a/l_a, I_b/l_b et I_r/l_a à chaque niveau.
2. Passage à la structure fictive portique + refend.
   On évalue $K_a = \Sigma\,(I_a/l_a)$, $K_b = \Sigma\,(I_b/l_b)$ et $K_r = \Sigma\,(I_r/l_a)$.

www.bouquin.tk

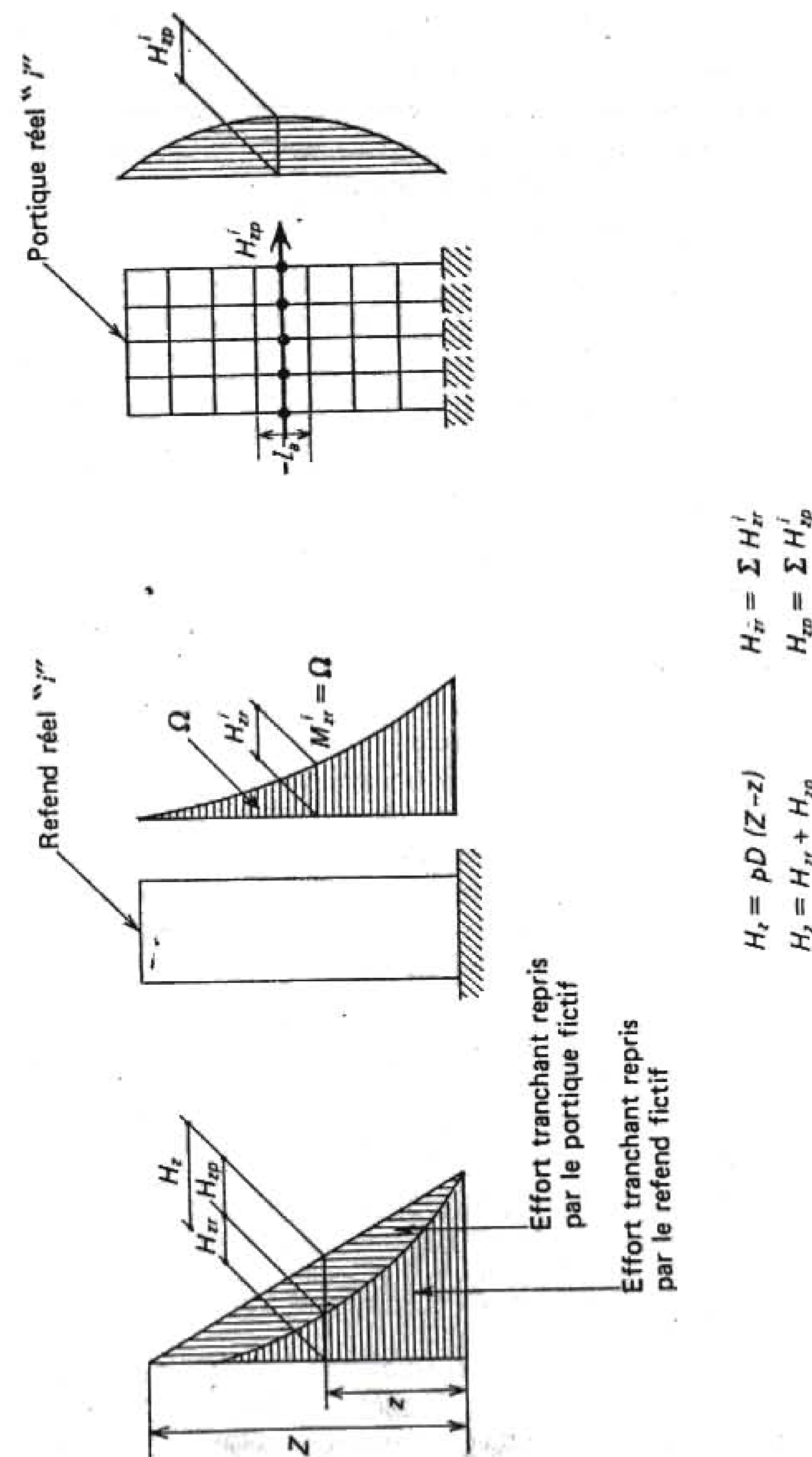


Fig. B.56 — *Distribution de l'effort tranchant aux refends et portiques.*

3. Utilisation des abaques (fig. B.53).
   Avec K_a/K_b et K_r/K_a on trouve les valeurs H_{rz}/H_z à chaque niveau.

4. Courbes H_{rz} et H_{pz}.
   Connaissant $H_z = p\ D\ (Z - z)$, on déduit H_{rz}, puis $H_{pz} = H_z - H_{rz}$.

5. Retour à la structure réelle.
   On évalue H_{rz} et H_{pz} respectivement aux refends et portiques réels au prorata des inerties. Chaque refend « *i* » reprend un effort H^i_{rz}; chaque portique « *i* » reprend un effort H^i_{zp}.

6. Sollicitations de calcul.
   Refends. On connaît la courbe H^i_{rz}. On en déduit les moments fléchissants par intégration graphique (fig. B.56).
   Portiques. On connaît la courbe H^i_{pz}. On en déduit les moments fléchissants et les efforts tranchants dans chaque élément (poteau et poutre) par la méthode des Règles CCBA68, § 5.3.1 (fig. B.56).

Exemple numérique.

Considérons le bâtiment représenté sur la figure B.54, composé de trois refends et de 6 portiques. Pour simplifier le problème nous admettons que les poteaux files *C*, *E* et *G* sont pendulaires et transmettent uniquement les charges verticales sans participer au contreventement.

Le moment d'inertie de chaque poteau est $I_a = 0{,}0042$ m⁴. Les moments d'inertie des refends linéaires et du refend central sont respectivement $I_r = 12{,}5$ m⁴ et $I_r = 20$ m⁴. Avec la hauteur d'un étage $l_a = 2{,}50$ m, on obtient les rigidités $I_a/l_a = 0{,}0042/2{,}50 = 0{,}0017$ m³, $I_r/l_a = 12{,}5/2{,}5 = 5$ m³ et $I_r/l_a = 20/2{,}5 = 8$ m³. Les planchers n'ont pas de retombée. L'épaisseur de la dalle est $e = 18$ cm. Avec $L/l_b = 5/5 = 1$ et $d/l_b = 0{,}5/5 = 0{,}1$ on trouve sur la figure B.55 le rapport $b/L = 0{,}43$, d'où la largeur de la poutre incorporée est $b = 0{,}43 \times 5 = 2{,}15$ m. Le moment d'inertie de la poutre incorporée est $I_b = 2{,}15 \times 0{,}18^3/12 = 0{,}001$ m⁴, et sa rigidité $0{,}001/5 = 0{,}0002$ m³.

La structure fictive comprendra des éléments présentant les rigidités suivantes :

— poteaux $K_a = 30 \times 0{,}0017 = 0{,}051$ m³,
— refend $K_r = 2 \times 5 + 1 \times 8 = 18$ m³,
— poutres $K_b = 24 \times 0{,}0002 = 0{,}0048$ m³.

Le rapport $K_a/K_b \simeq 10$. Le rapport $K_r/K_a = 353$.

La distribution de l'effort tranchant H_z entre le portique et le refend fictifs s'effectue à chaque niveau d'après les abaques figure B.53. On voit que la part reprise par le refend est sensiblement plus importante que celle équilibrée par le portique, sur toute la hauteur de la construction sauf au voisinage du

www.bouquin.tk

sommet. Par exemple au niveau $\xi = z/Z = 0{,}4$ le rapport H_{rz}/H_z est d'environ 0,86. L'effort tranchant H_z à ce niveau est donc distribué comme suit :

$$H_{rz} = 0{,}86\ H_z \text{ au refend, } H_{pz} = 0{,}14\ H_z \text{ au portique.}$$

Pour revenir à la structure réelle on distribue H_{rz} aux trois refends au prorata de leurs inerties (ou rigidités), et on répartit H_{pz} aux six portiques identiques.

B.9 - Calcul approché des façades perforées

Nous considérons les façades perforées qui assurent le contreventement d'un immeuble (voir § B.1 *f*). Le schéma d'une façade perforée est représenté sur la figure B.57. Il s'agit d'une structure qui, du point de vue du comportement sous l'action des sollicitations horizontales, se situe entre le portique élastique et la poutre rigide de section transversale rectangulaire (caisson). Examinons ces deux cas limites.

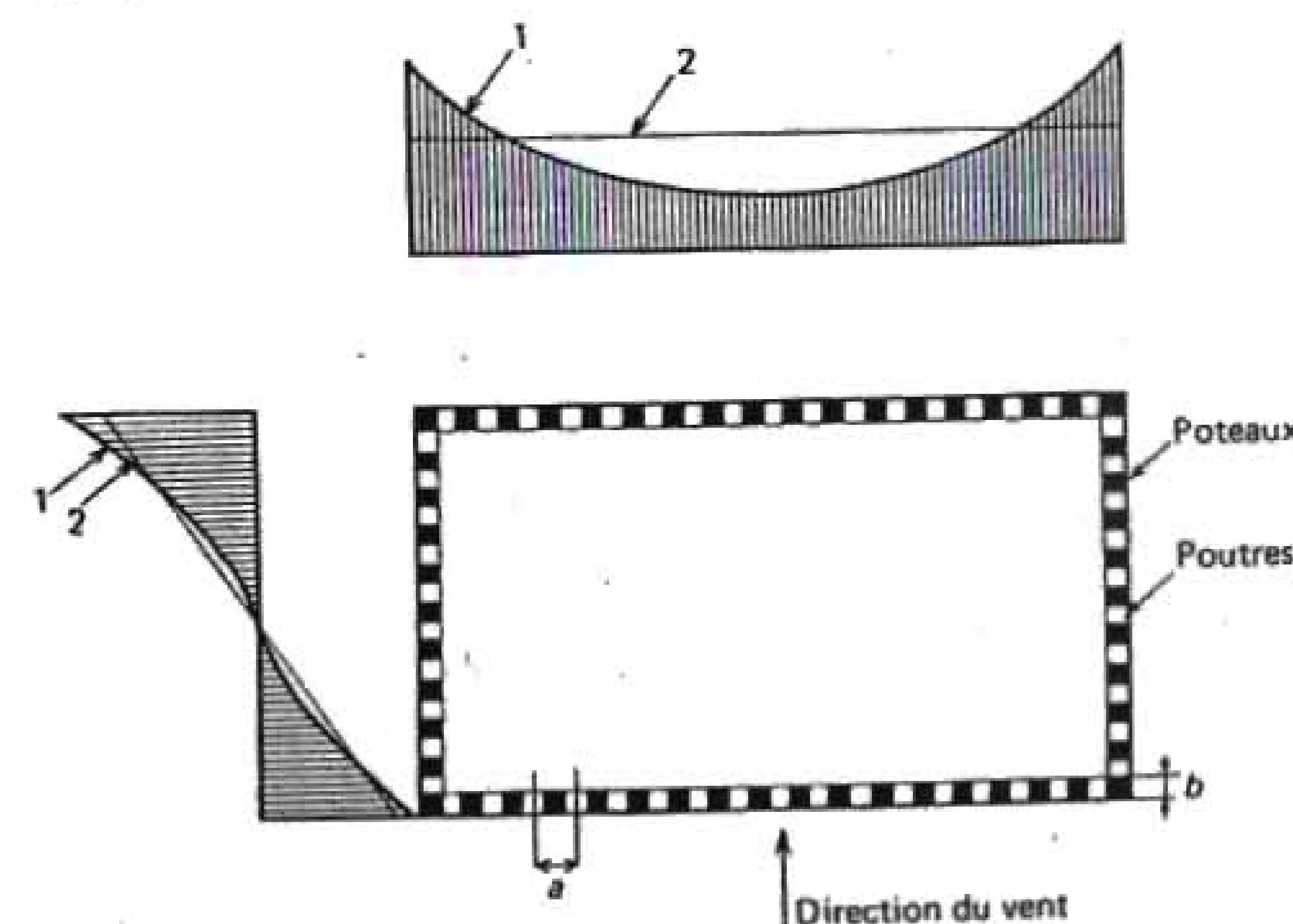
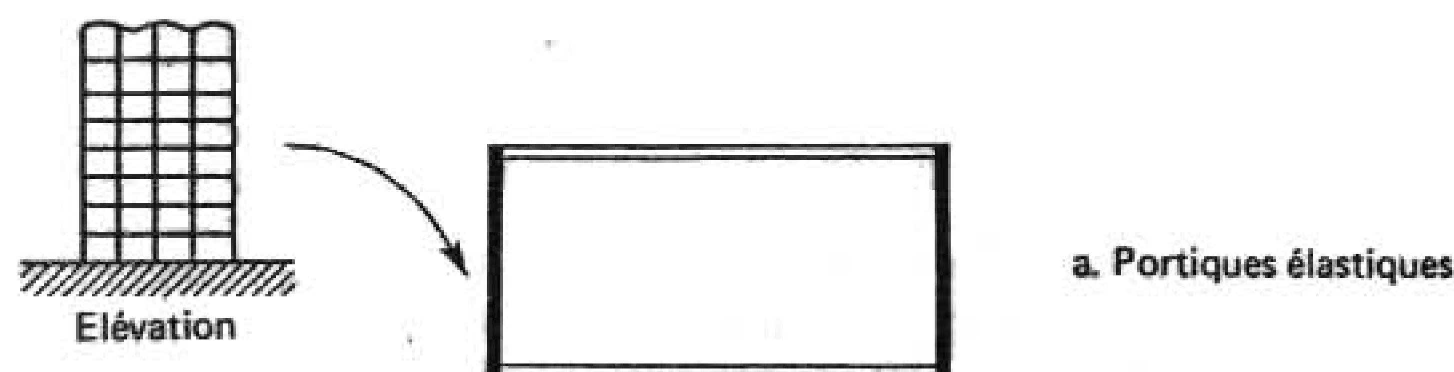
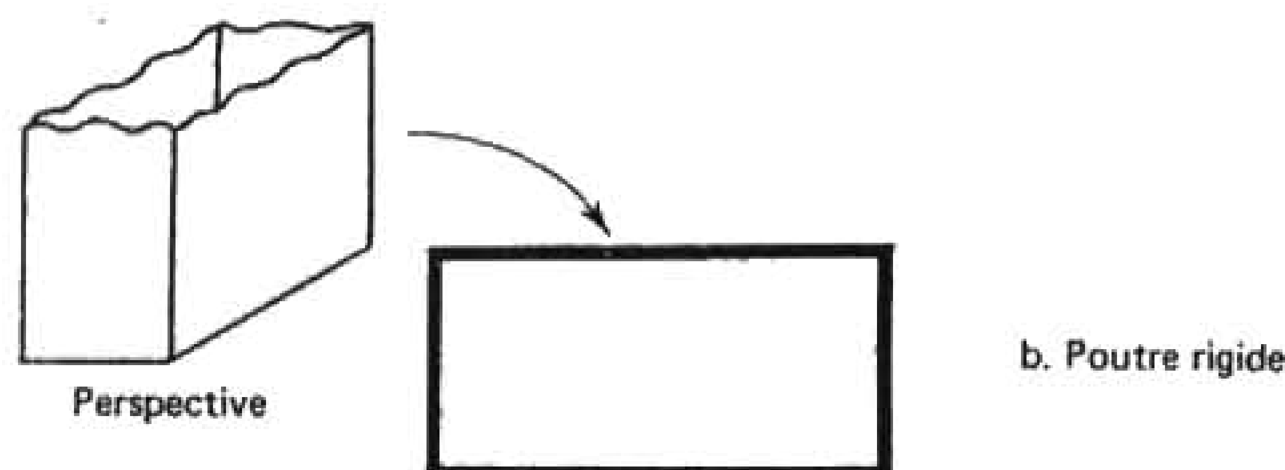


FIG. B.57 — *Façade perforée.*

1. Le portique élastique correspond aux grandes ouvertures dans la façade (fig. B.58 *a*). Les forces horizontales sont équilibrées par les façades parallèles à la direction du vent, constituées de poteaux et poutres et formant deux portiques pluriétagés. Les deux façades perpendiculaires à la direction du vent ne participent pratiquement pas au contreventement de l'ouvrage.

2. La poutre rigide correspond aux ouvertures suffisamment petites pour être négligées dans le calcul (fig. B.58 *b*). Les forces horizontales sont équilibrées





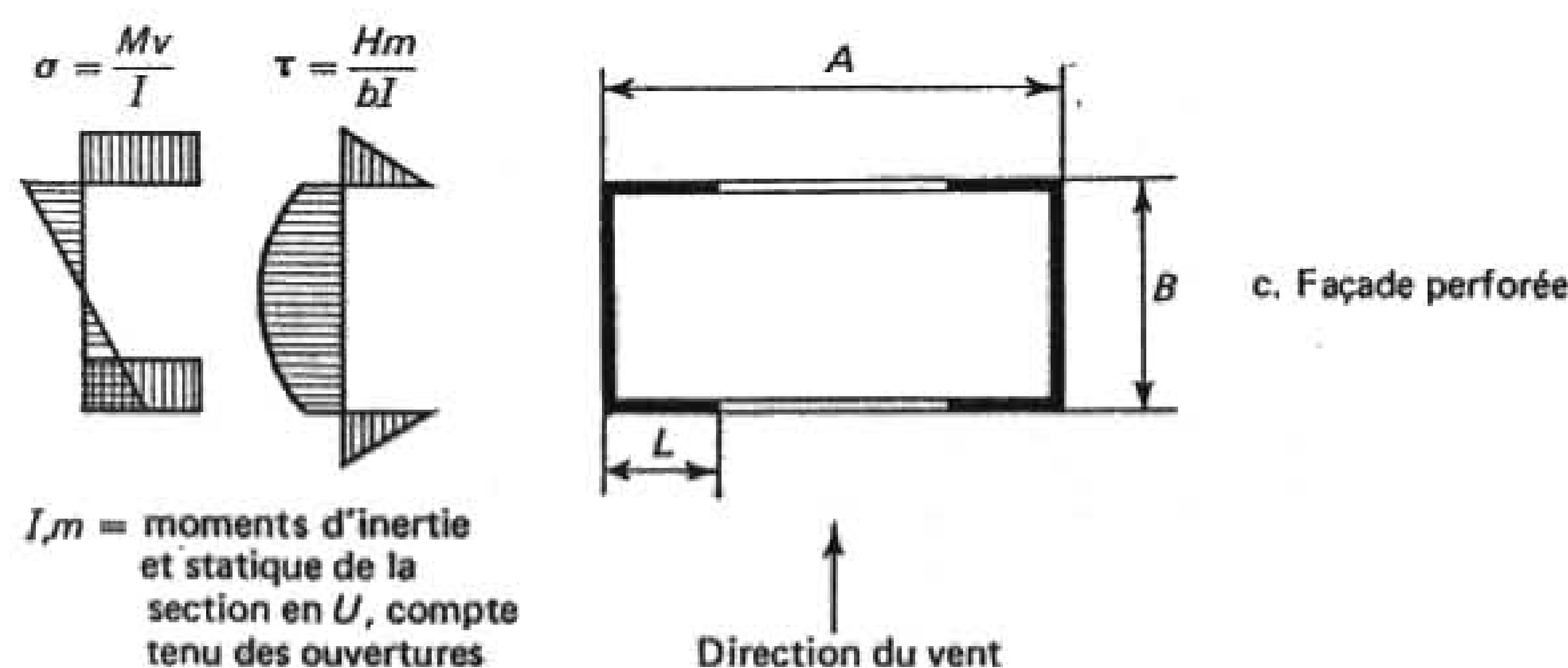


FIG. B.58 — *Schéma de calcul de la façade perforée par rapport au portique élastique et à la poutre rigide.*

www.bouquin.tk

par l'ensemble de la structure; on suppose que la loi de Navier peut être appliquée, et que, en conséquence, la répartition des contraintes normales est linéaire.

Dans le cas courant, où le rapport entre la surface des ouvertures et la surface totale de la façade a une valeur assez faible (par exemple 0,2 ou 0,3), certaines études américaines [26] montrent qu'un calcul approché peut généralement être effectué en considérant que la façade perforée se comporte comme une structure rigide. Toutefois la section transversale de la structure sera remplacée par une section réduite, compte tenu du fait qu'en réalité la loi de Navier ne s'applique pas, et que les parties centrales des côtés perpendiculaires à la direction du vent ne participent pratiquement pas au contreventement (fig. B.57). Cette section réduite efficace sera constituée par deux éléments en forme de U renversé indiqués sur la figure B.58 *c*. La longueur L des tables ne devra dépasser un tiers de A, ni la moitié de B, ni 10 % de la hauteur de la construction (A et B sont respectivement les longueurs des côtés perpendiculaire et parallèle à l'action du vent). Chaque élément en forme de U renversé sera calculé comme une console encastrée à la base. Les contraintes σ et les cisaillements τ fourniront respectivement les forces axiales $N = \sigma ab$ dans les poteaux et les efforts tranchants $T = \tau bl$ dans les poutres (l est la hauteur d'un étage; les autres notations sont indiquées sur la figure B.57). En supposant une articulation à mi-portée de chaque poutre, le moment fléchissant à la section d'encastrement est $M = Ta/2$.

Si l'ouvrage est assez important il est conseillé de comparer les résultats trouvés avec ceux obtenus en considérant le cas du portique élastique (calculé éventuellement d'après les Règles CCBA68, § 5.3.1) et le cas de la poutre rigide. Le degré de sécurité de la construction pourra être apprécié en fonction de la fourchette fournie par ces calculs.

B.10 - Déformation des bâtiments-tours et confort des occupants

Le mouvement pendulaire des immeubles sous l'action des rafales de vent peut provoquer, surtout chez les personnes sensibles, des troubles nerveux assez importants. Un cas extrême peut être cité, où les derniers étages d'un bâtiment de 25 étages construit en Suède ont dû être évacués à cause des pertur-

bations provoquées par les vibrations trop prononcées. D'après certains auteurs il semble que l'origine de ces troubles se trouve dans l'accélération du mouvement pendulaire. Toutefois, à défaut d'une méthode de calcul cinématique appropriée, on se borne à limiter l'amplitude de la déformation.

Dans certains bureaux d'études français, on a l'habitude de ne pas dépasser la flèche au sommet sous vent normal $f = Z/1\,000$ (Z étant la hauteur du bâtiment). Par ailleurs, en Angleterre on recommande de limiter le rapport entre la hauteur et la longueur des refends de contreventement à 10 pour les refends isolés et à 15 pour les refends formant noyau central.

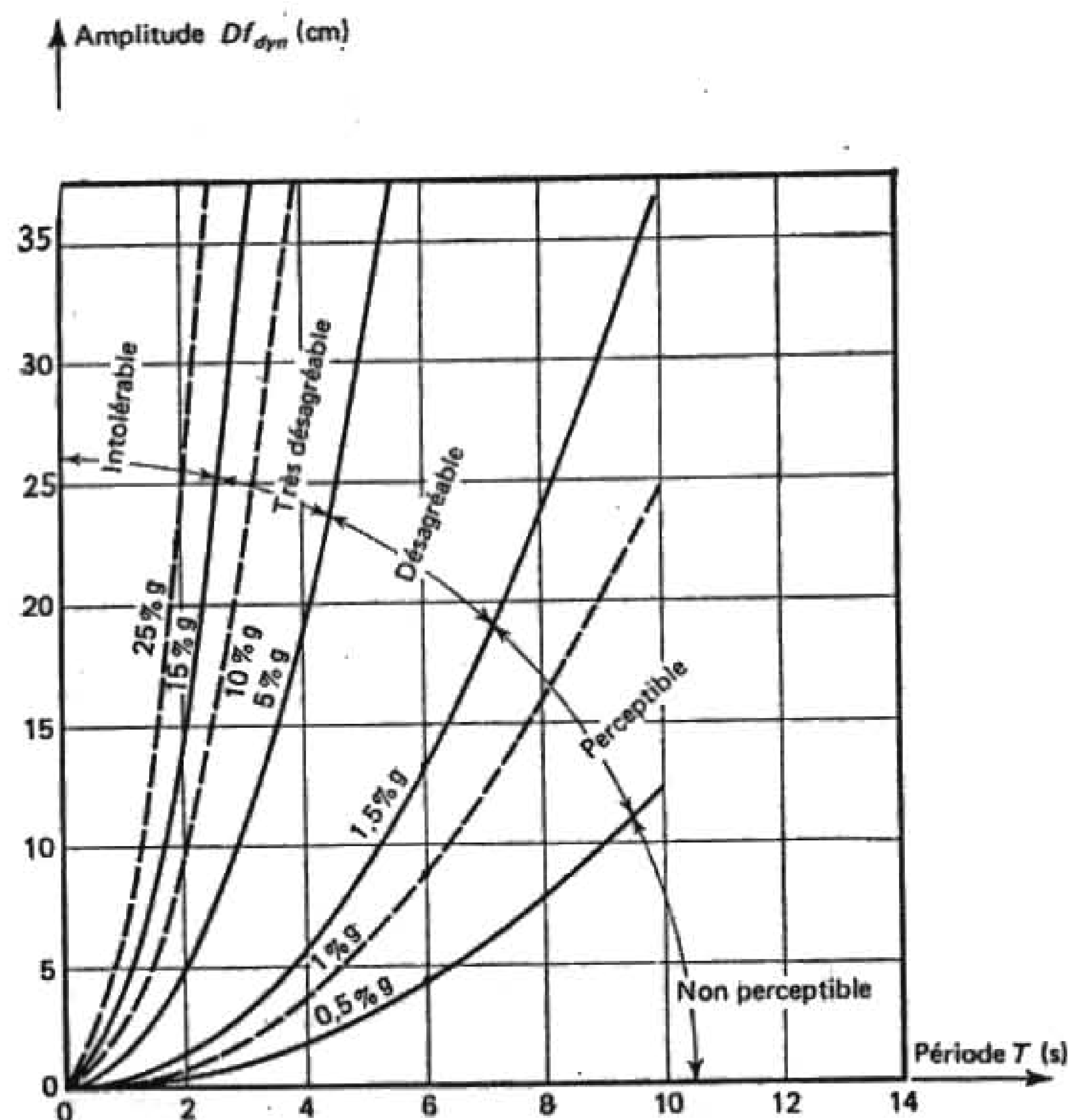


FIG. B.59 — *Critères de confort des occupants des bâtiments-tours.*

Abaque de Fu-Kuei Chang (fig. B.59).

Dans [27], Fu-Kuei Chang (U.S.A.) propose un abaque fournissant des critères de confort pour les occupants des bâtiments en fonction de la fréquence propre de la structure et de l'amplitude de l'oscillation au niveau pris en considération. D'après l'auteur, les degrés du confort des occupants, en fonction de l'accélération, sont :

- — au-dessous de 0,5 % g → sans perturbation,
- — entre 0,5 % et 1,5 % g → seuil de la perceptibilité des mouvements,
- — entre 1,5 % et 5 % g → désagréable,
- — entre 5 % et 15 % g → très désagréable,
- — au-dessus de 15 % g → intolérable.

Dans ces relations g est l'accélération de la pesanteur (9,81 m/s²).

L'abaque peut être employé de deux manières différentes.

a) Critères de confort en fonction de la déformation du sommet

Pour utiliser l'abaque il faut partager la pression du vent en pression statique et pression dynamique.

Il est supposé que la pression statique q_{st} provoque une déformation f_{st}; de part et d'autre de cette déformation la pression dynamique q_{dyn} produit des oscillations périodiques, d'amplitude Df_{dyn} (D = coefficient dynamique),

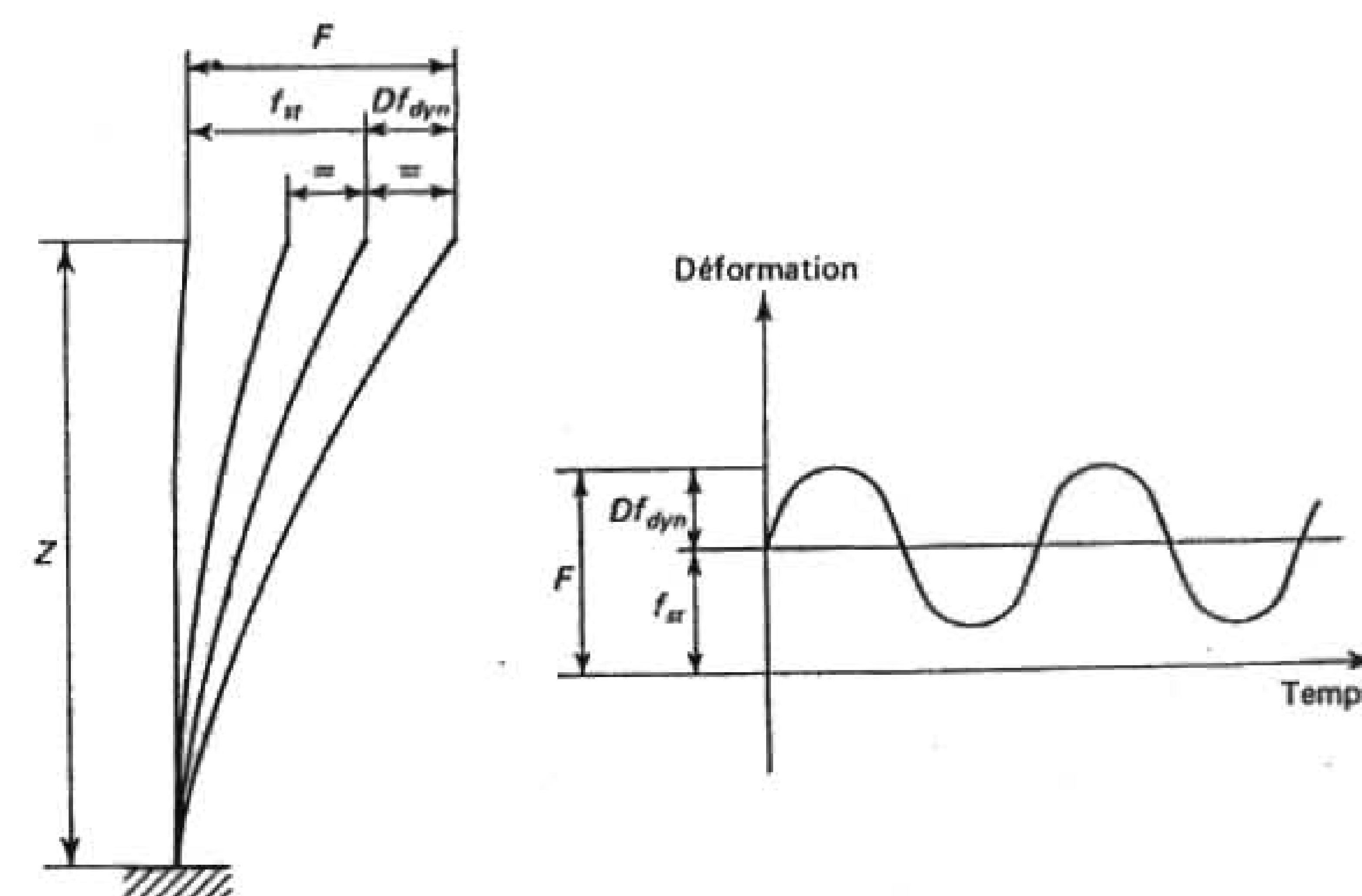


FIG. B.60 — *Déformation statique et dynamique d'un bâtiment-tour.*

qui seules sont susceptibles de créer des perturbations psychologiques (fig. B.60). Les Règles NV65 permettent d'évaluer la pression de calcul du vent produisant la déformation totale $F = f_{st} + Df_{dyn}$.

Afin de pouvoir utiliser l'abaque de Fu-Kuei Chang, il faut faire appel aux méthodes de calcul allemandes qui font le partage entre les pressions statique et dynamique (voir § A.9.1 et A.9.2). D'après ces méthodes le rapport q_{st}/q_{dyn}

www.bouquin.tk

est pratiquement constant 0,4/0,6 = 0,67. En considérant que les déformations sont proportionnelles aux pressions, et en employant la variante Schlaich, on obtient la relation $F = f_{st} + Df_{dyn} = 0{,}67\,f_{dyn} + Df_{dyn}$, d'où $f_{dyn} = F/(0{,}67 + D)$; la valeur D, représentant le coefficient de majoration dynamique, tenant compte des effets de choc et répétition, et applicable uniquement à la pression (ou à la flèche) dynamique, se trouve sur la figure A.27. En fonction de la valeur Df_{dyn} et de la période propre de l'ouvrage, l'abaque figure B.59 fournit des indications sur le confort des occupants.

Tous les calculs sont effectués au niveau du sommet.

Exemple numérique

Soit un bâtiment-tour présentant les caractéristiques suivantes : période propre de vibration $T = 7$ s, hauteur $Z = 200$ m, flèche au sommet sous vent normal calculée avec les Règles NV65, $F = f_o = 30$ cm (1). La construction étant située en région *I*, site normal, la vitesse de calcul du vent normal au sommet est :

$$v_o = \sqrt{16\,q_o} = \sqrt{16 \times 105} = 41 \text{ m/s},$$

où $q_o = 105$ kg/m² a été fourni par la figure A.9.

Avec le décrément logarithmique de l'amortissement $\Delta = 0{,}05$ on trouve sur la figure A.27 le coefficient $D = 2{,}1$.

$$f_{dyn} = \frac{F}{0{,}67 + D} = \frac{30}{0{,}67 + 2{,}1} = 10{,}8 \text{ cm},$$

$$Df_{dyn} = 2{,}1 \times 10{,}8 = 22{,}7 \text{ cm}.$$

Avec l'abaque figure B.59 on trouve que l'accélération correspondante est située entre 1,5 et 5 % g dans la plage des oscillations « désagréables ».

Ce résultat doit être soumis à l'interprétation du maître d'ouvrage.

S'il s'agit d'un immeuble destiné à des bureaux, la situation n'est pas préoccupante, le vent normal réglementaire se manifestant en principe une fois par an. De plus, l'amplitude des oscillations étant prise en considération au sommet de la construction, les étages plus bas sont soumis à des vibrations moindres. Le problème serait différent s'il s'agissait d'un immeuble d'habitation.

b) Critères de confort en fonction de la vitesse du vent au sommet

Un calcul à rebours plus intéressant peut être effectué pour évaluer la vitesse du vent au sommet $V_{o,i}$ correspondant aux seuils des mouvements « désagréables » et « perceptibles » pour chaque niveau « *i* » de la tour. Il est utile de prendre en considération au moins 3 ou 4 niveaux, afin de pouvoir tracer une courbe (fig. B.61).

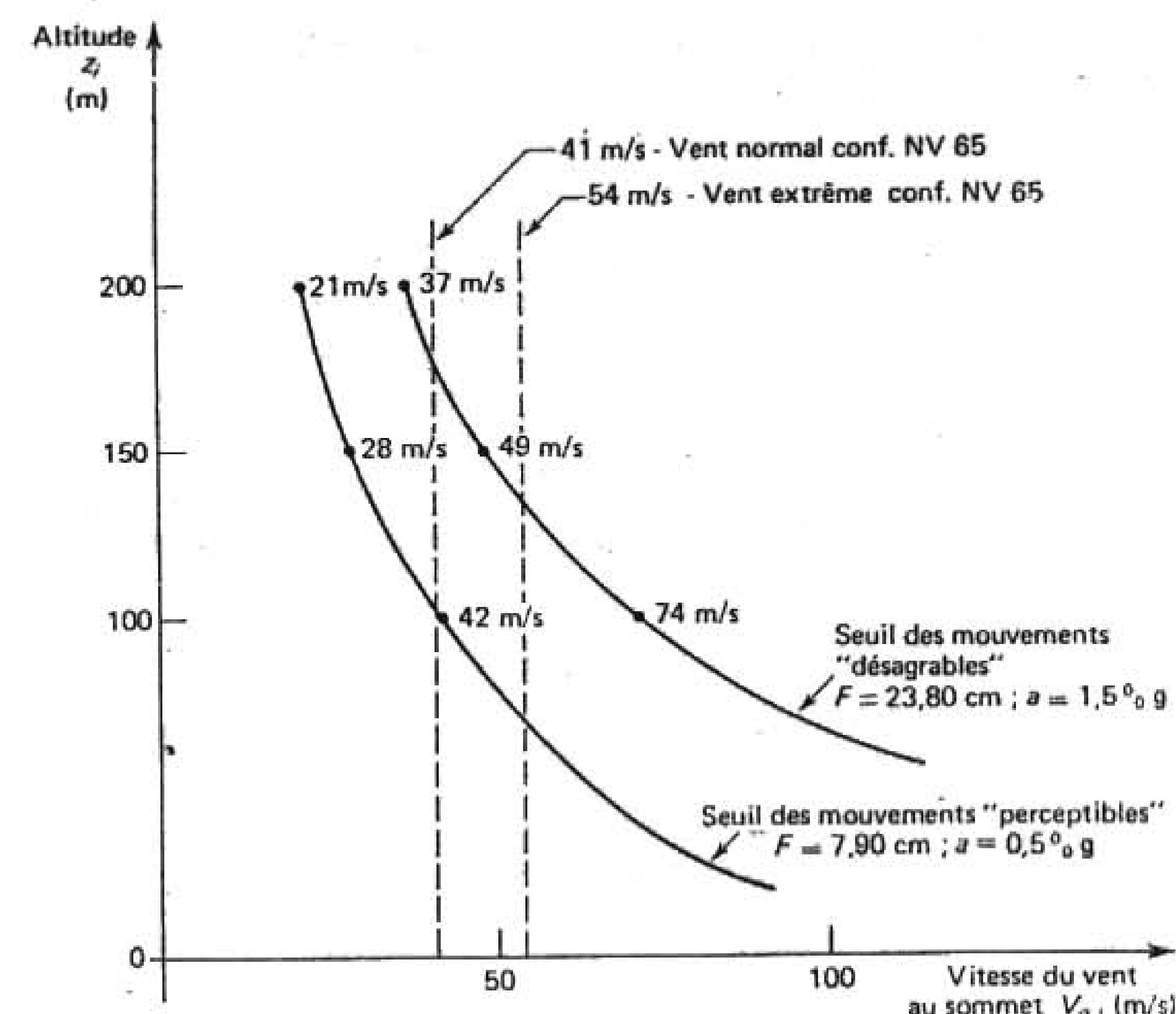


FIG. B.61 — *Confort des occupants d'un bâtiment de 200 m de hauteur étudié à chaque niveau.*

Les étapes de calcul sont les suivantes :

1. On connaît la période propre T, le décrément Δ, et on évalue le coefficient D (fig. A.27).

2. Sur la figure B.59 on détermine Df_{dyn} correspondant au seuil des mouvements « désagréables », d'où f_{dyn}.

3. On calcule la flèche totale correspondant aux mouvements « désagréables » $F = f_{dyn}\,(0{,}67 + D)$.

La valeur F est valable pour tous les niveaux de la construction.

4. On connaît la flèche au sommet f_o correspondant à la vitesse du vent au sommet v_o, conformément aux Règles NV65. En supposant une déformée parabolique, on déduit la flèche à chaque niveau « *i* » $f_i = f_o\,(z_i/Z)^2$, où Z est la hauteur totale et z_i l'altitude du niveau pris en considération.

5. Il faut déterminer le rapport d'affinité entre deux courbes : la première est la déformée engendrée par le vent ayant au sommet la vitesse v_o et présentant

(1) Au cours de ce paragraphe toutes les valeurs de calcul au sommet seront affectées de l'indice « 0 ».

www.bouquin.tk

au niveau « i » la flèche f_i; la seconde est engendrée par le vent ayant au sommet la vitesse inconnue $V_{o,i}$ et présentant au niveau « i » la flèche F correspondant au seuil des mouvements « désagréables ». Ce rapport est f_i/F. On admet que le rapport entre les pressions produisant ces déformées a la même valeur f_i/F (cette hypothèse serait rigoureusement exacte si les pressions étaient uniformément distribuées).

Conformément à la relation $q = v^2/16$, il en résulte un rapport $\sqrt{f_i/F}$ entre v_o et $V_{o,i}$. En définitive, on obtient la vitesse du vent au sommet V_o correspondant à la flèche F au niveau « i », $V_{o,i} = v_o \sqrt{F/f_i}$.

Un calcul analogue peut être effectué pour évaluer la vitesse du vent au sommet correspondant au seuil des mouvements « perceptibles ».

Exemple numérique

En reprenant l'exemple précédent, on évalue la vitesse au sommet $V_{0,150}$, correspondant au seuil des mouvements « désagréables » au niveau 150 m.

1. $T = 7$ s; $\Delta = 0{,}05$; $D = 2{,}1$.

2. Sur la figure A.27 on trouve $Df_{dyn} = 18$ cm, d'où $f_{dyn} = 18/2{,}1 = 8{,}6$ cm.

3. Flèche relative aux mouvements « désagréables » $F = f_{dyn}\,(0{,}67 + D) = 8{,}6\,(0{,}67 + 2{,}1) = 23{,}80$ cm.

4. La flèche au sommet, calculée à la vitesse du vent au sommet $v_o = 41$ m/s, est $f_o = 30$ cm. Au niveau 150 m la flèche correspondante est

$$f_{150} = 30\,(150/200)^2 = 17 \text{ cm.}$$

5. La vitesse du vent au sommet correspondant à la flèche F au niveau 150 m est :

$$V_{0,150} = v_o \sqrt{F/f_{150}} = 41 \sqrt{23{,}80/17} = 49 \text{ m/s.}$$

Le calcul précédent a été effectué pour plusieurs niveaux, et a été repris pour le cas des mouvements « perceptibles ». Sur la figure B.61 on a tracé deux courbes indiquant, pour le bâtiment pris en considération, la vitesse du vent au sommet correspondant aux seuils des mouvements « désagréables » et « perceptibles » à chaque niveau. Par rapport au vent normal, on voit que des mouvements « désagréables » peuvent se produire à partir du niveau 175 m environ.

Méthode canadienne

Le « Règlement National du Bâtiment » du Canada recommande d'appliquer la formule suivante :

$$A = \left(\frac{4\,\pi^2\,N^2}{\beta} \times \sqrt{\frac{KLG}{C_e\,\Delta'_m}}\right) f$$

où : A = l'accélération du mouvement oscillatoire provoquée par le vent en m/s²,

f = la flèche en m calculée d'après la méthode du règlement canadien (§ A,9,3),

N = la période propre de vibration de l'ouvrage,

$B, K, L, G, C_e, \Delta'_m$ = coefficients indiqués dans la méthode du règlement canadien (§ A.9.3).

www.bouquin.tk

Après avoir évalué l'accélération du mouvement avec la méthode canadienne on peut déterminer le degré de confort des occupants en se référant aux critères proposés par Fu-Kuei Chang.

Remarque. Dispositions constructives pour diminuer les déformations

Aux Etats-Unis et au Canada, certains bâtiments-tours à noyau central sont conçus de manière à faire participer les poteaux périphériques à la déformation d'ensemble de l'ouvrage, qui, de ce fait, se trouve sensiblement diminuée (fig. B.62).

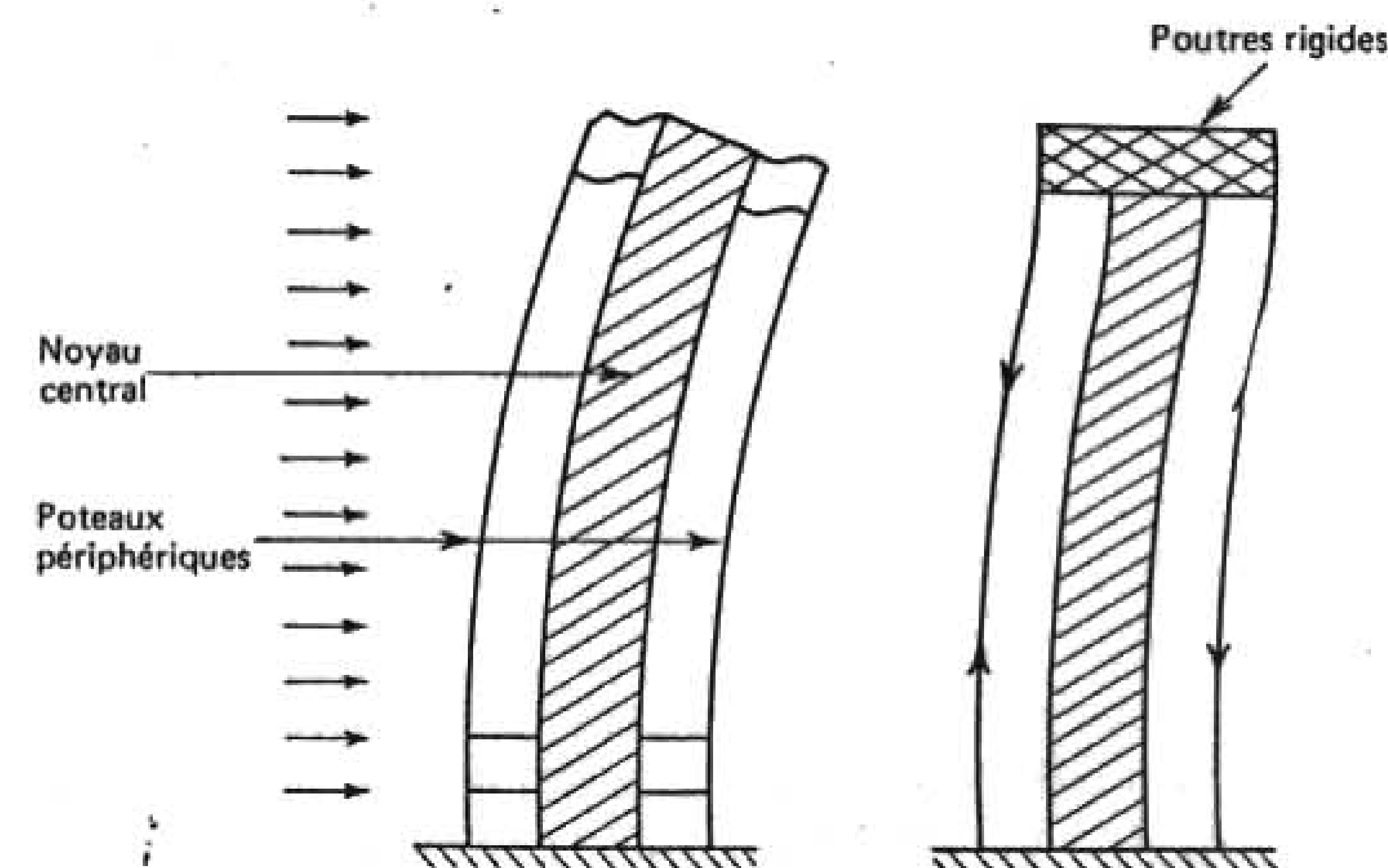


FIG. B.62 — *Poteaux périphériques collaborant avec le noyau central.*

Des poutres rigides prévues dans les étages techniques (généralement au sommet du bâtiment) font collaborer les poteaux et le noyau central. Par ailleurs, des liaisons horizontales prévues dans les planchers sont destinées à éviter le risque de flambement des poteaux comprimés (1).

(1) *Liaisons anti-flambement*. Il est d'usage courant de prévoir des liaisons destinées à éviter le risque de flambement pour les poteaux « pendulaires » (c'est-à-dire théoriquement sans moments fléchissants) disposés sur la périphérie des bâtiments-tours à noyau central, participant ou non à la déformation d'ensemble de l'ouvrage. A défaut d'un calcul plus précis on prévoit habituellement des liaisons perpendiculaires à la façade capables d'équilibrer à chaque étage environ 1/100 de la charge verticale et des chaînages parallèles à la façade comportant des armatures longitudinales d'une section de 2 cm² d'acier H.A.